COMPITO ELETTROTECNICA 02-02-2017

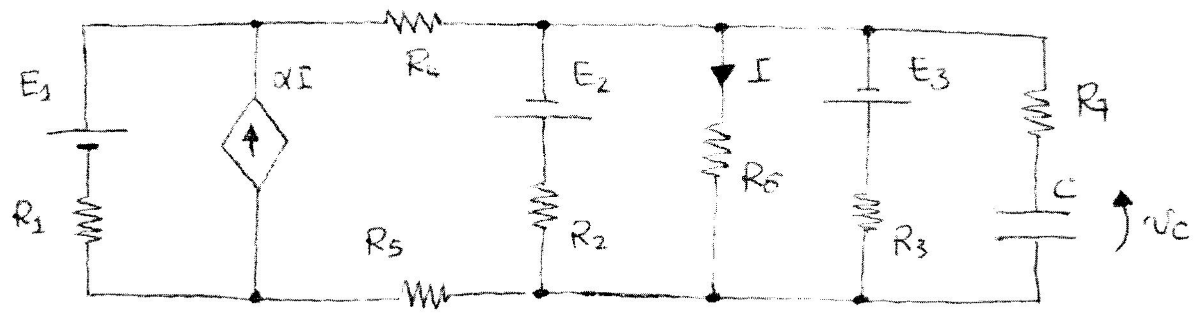
Allievo____ Matricola:________________

Corso di Laurea: ____

Esercizio 1:

Il sistema di figura all'istante t=0s presenta una tensione ai capi del condensatore pari a $v_C(0)$=4V.
Determinare il valore della tensione $v_C(t)$ calcolata all'istante di tempo t=3μs.
Inoltre, determinare l'energia immagazzinata nel condensatore dopo 1 secondo.

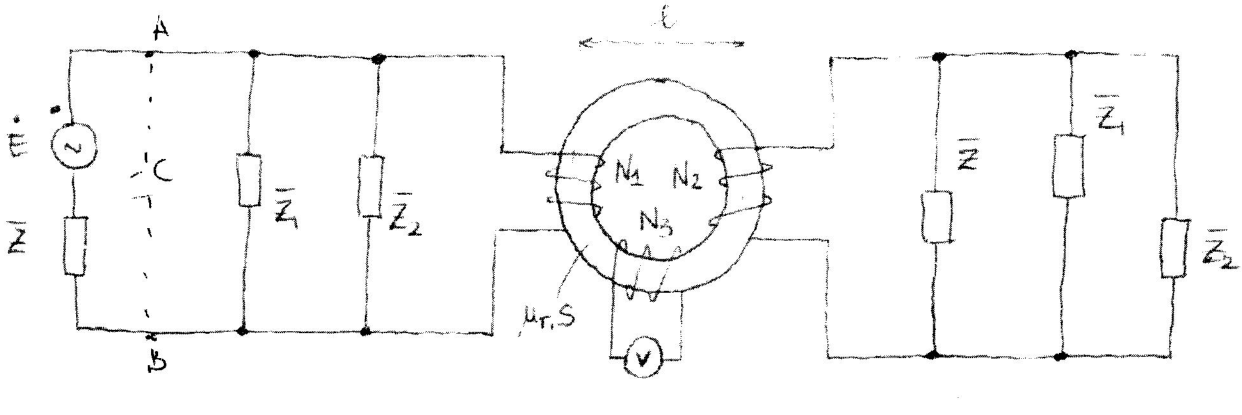
E_1=2V, E_2=6V, E_3=5V, R_1=2Ω, R_2=4Ω, R_3=7Ω, R_4=5Ω, R_5=4Ω, R_6=5Ω, R_7=6Ω, C=1μF, α=3.



Esercizio 2:

Il sistema di figura si trova a regime. Determinare il valore del condensatore C da inserire tra i nodi A-B per ottenere un rifasamento totale del carico. Determinare inoltre il valore della tensione misurata dal voltmetro ideale prima del rifasamento.

$\dot{E} = 2$ V; ω=314 rad/s, $\bar{Z} = 1 + j10\ \Omega$, $\bar{Z}_1 = 5 + j30\ \Omega$, $\bar{Z}_2 = 3 + j10\ \Omega$, $N_1 = 150$, $N_2 = 250$, $N_3 = 300$, l=5cm, S=2cm^2, μ_r=1000.



02/02/2017

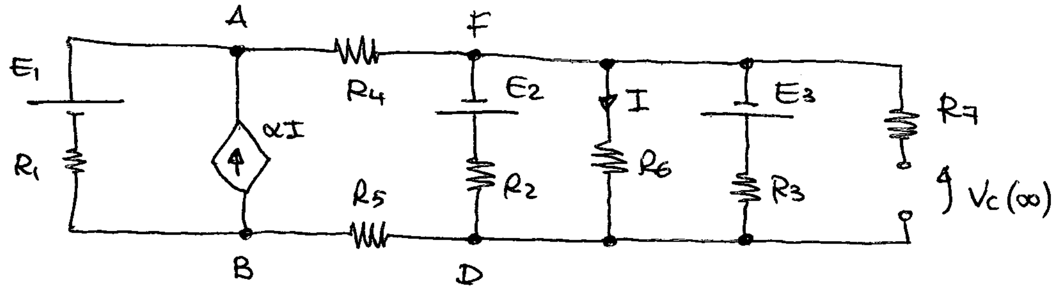
Es. 1

— L'andamento della tensione ai capi del condensatore, nel tempo t, ha l'espressione:

$$V_C(t) = V_C(0)\, e^{-t/\tau} + V_C(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad (1)$$

— La $V_C(0)$ è assegnata, $V_C(0) = 4\,V$.

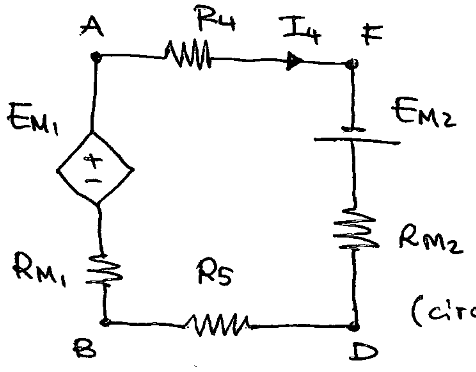
— La $V_C(\infty)$ è la tensione ai capi di C dopo il transitorio, cioè quando C si comporta da circuito aperto:



(circuito #1)

Considerato che su R_7 non scorre corrente, $V_C(\infty) = V_{FD}$

Per calcolare V_{FD}, applico Millman ai due rami in parallelo tra A e B e ai tre rami in parallelo tra F e D:



(circuito #2)

$$E_{M1} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \alpha I}{\frac{1}{R_1}} \qquad R_{M1} = R_1$$

$$E_{M2} = \frac{\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_3}} \qquad R_{M2} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_3}}$$

E_{M1} dipende da I, che abbiamo perso applicando Millman tra F e D.

Tuttavia I si può esprimere tramite V_{FD} come $I : \frac{V_{FD}}{R_6}$ (vedi #1)

per cui $E_{M1} = E_{M1}(V_{FD})$

Applicando la legge alla maglia del circuito #2, si ottiene

$$E_{M1}(V_{FD}) + E_{M2} = (R_{M1} + R_4 + R_{M2} + R_5)\, I_4 \qquad (2)$$

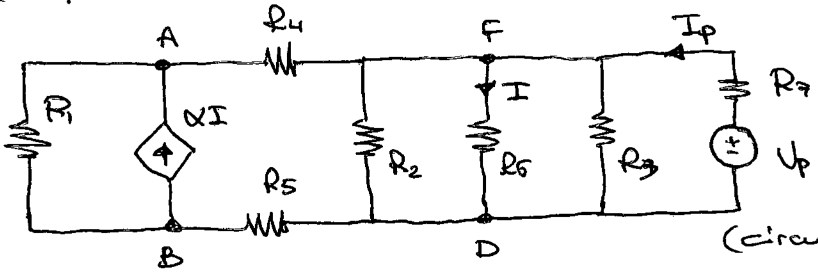
Questa è un equazione tra V_{FD} e I_4. Per ottenere i valori di V_{FD} e I_4, è necessaria una seconda equazione, che è la legge di Ohm generalizzata tra F e D nel circuito #2:

$$V_{FD} = -E_{M2} + R_{M2}\, I_4 \qquad (3)$$

Il sistema tra (2) e (3) ci fornisce V_{FD} e quindi $\underline{V_C(\infty) = V_{FD}}$

- La τ da inserire nell'eq. (1) è la costante di tempo $\tau = R_C \cdot C$ in cui R_C è la resistenza della rete vista da C.

Per determinarla, rendiamo passiva la rete e inseriamo un generatore di prova:

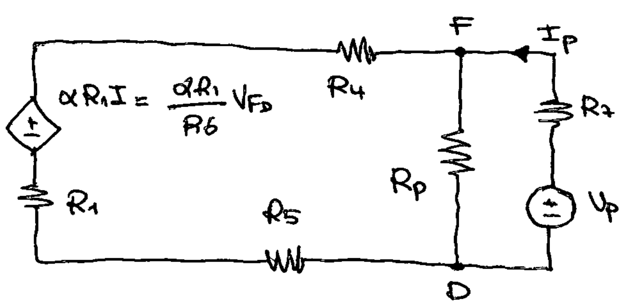


(circuito #3)

$$R_C = \frac{V_P}{I_P}$$

Dobbiamo determinare una relazione tra V_P e I_P.

Ricordiamo che $I = \frac{V_{FD}}{R_6}$. Trasformiamo il generatore reale di corrente αI in generatore di tensione; e facciamo il parallelo tra R_2, R_6, R_3:

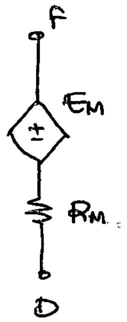


$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_3}}$$

Inoltre, indichiamo con R_S

$$R_S = R_1 + R_4 + R_5$$

Applichiamo Millman tra F e D:



Risulta: $V_{FD} = E_M = \dfrac{\dfrac{\alpha R_1 V_{FD}}{R_6 R_S} + \dfrac{V_P}{R_7}}{\dfrac{1}{R_S} + \dfrac{1}{R_P} + \dfrac{1}{R_7}}$

ma, dal circuito #3, si ha: $V_{FD} = V_P - R_7 I_P$

quindi, indicando $\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_S} + \dfrac{1}{R_P} + \dfrac{1}{R_7}} = R_M$, si ha:

$$V_P - R_7 I_P = \frac{\alpha R_1 R_M}{R_6 R_S}\left(V_P - R_7 I_P\right) + \frac{R_M}{R_7} V_P \,;$$

$$V_P\left(1 - \frac{\alpha R_1 R_M}{R_6 R_S} - \frac{R_M}{R_7}\right) = I_P\left(R_7 - \frac{\alpha R_1 R_M R_7}{R_6 R_S}\right)$$

$$\Longrightarrow \quad R_C = \frac{V_P}{I_P} = \frac{R_7 - \dfrac{\alpha R_1 R_M R_7}{R_6 R_S}}{1 - \dfrac{\alpha R_1 R_M}{R_6 R_S} - \dfrac{R_M}{R_7}} = 7{,}74\,\Omega$$

$\underline{\tau = R_C \cdot C = 7{,}74\,\mu sec}$

Il testo chiedeva $v_c(t = 3\mu sec)$ e $W_c(t = 1sec) = \frac{1}{2} C V_c^2(1sec)$

- per $t = 3\mu sec$, considerato $\tau = 7{,}74\,\mu s$, siamo in pieno transitorio per cui

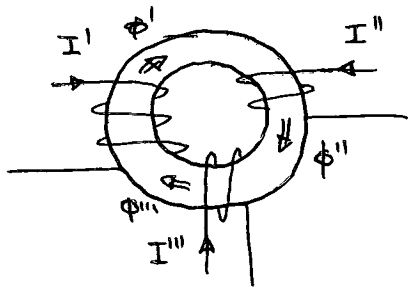
$\underline{v_c(t = 3\mu sec) = V_c(0)\, e^{-\frac{3}{7{,}74}} + V_c(\infty)\left(1 - e^{-\frac{3}{7{,}74}}\right)}$

- per $t = 1sec$, il transitorio è finito $(t \gg 5\tau)$, per cui $v_c(t = 1sec) = V_c(\infty)$ e

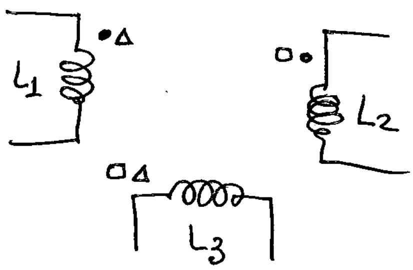
$\underline{W_c(t = 1sec) = \frac{1}{2} C V_c^2(\infty)}$

Es. 2

Per risolvere il circuito dobbiamo prima di tutto trovare l'equivalente elettrico del nucleo ferromagnetico:



EQUIVALENTE ELETTRICO



Dobbiamo calcolare $L_1, L_2, M_{12}, M_{13}, M_{23}$.

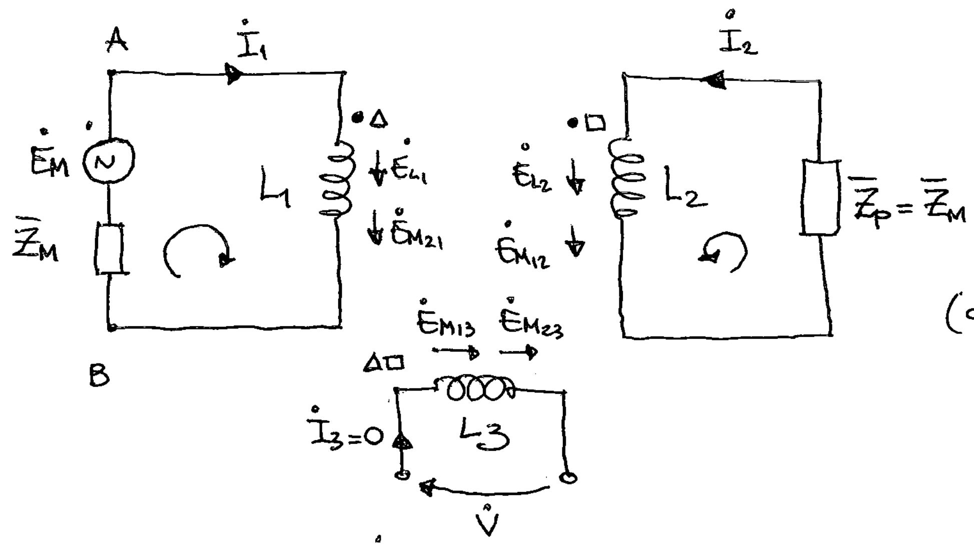
Non è necessario determinare L_3 perché il voltmetro si comporta da circuito aperto, essendo ideale, quindi su L_3 non vi è corrente e non vi è autoinduzione. L_3 non genera mutua sulle altre due bobine ma su L_3 agiscono le mutue dovute alle bobine 1 e 2.

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{ep_1}} \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{R_{ep_2}} \qquad \text{con } R_{ep_1} = R_{ep_2} = \frac{\pi l}{\mu_0 \mu_r S}$$

Le tre bobine sono in accoppiamento perfetto quindi

$$M_{12} = \sqrt{L_1 L_2} \qquad M_{13} = \frac{N_1 N_3}{R_{ep_1}} \qquad M_{23} = \frac{N_2 N_3}{R_{ep_2}}$$

A quest punto, possiamo disegnare l'equivalente elettrico del circuito assegnato, applicando anche Millman ai rami tra A e B e sostituendo le tre impedenze a destra del nucleo con l'impedenza parallelo.



(circuito #1)

con $\dot{E}_M = \dfrac{\dot{E}/\bar{Z}}{\frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2}}$ $\qquad \bar{Z}_M = \dfrac{1}{\frac{1}{\bar{Z}} + \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2}}$

Eq. alla maglia 1: $\dot{E}_M + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = \bar{Z}_M \dot{I}_1$; $\dot{E}_M - j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{21} \dot{I}_2 = \bar{Z}_M \dot{I}_1$

Eq. alla maglia 2: $\dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = \bar{Z}_M \dot{I}_2$; $-j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{12} \dot{I}_1 = \bar{Z}_M \dot{I}_2$

con $M_{12} = M_{21}$.

Dal sistema ricavo $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$

Per la tensione rilevata dal voltmetro, risulta:

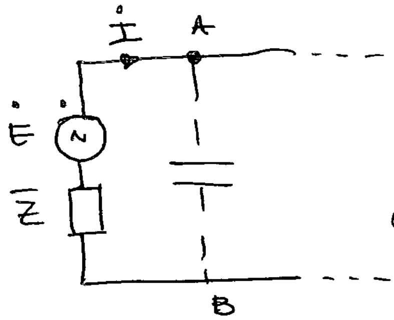
$\dot{V} + \dot{E}_{M13} + \dot{E}_{M23} = 0$; $\dot{V} - j\omega M_{13} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2 = 0$

$\Rightarrow \underline{\dot{V} = j\omega M_{13} \dot{I}_1 + j\omega M_{23} \dot{I}_2}$.

Il voltmetro legge il valore efficace della tensione, cioè $V = |\dot{V}|$

Infine, per determinare C di rifasamento totale, calcolo la $\bar{S}_{AB}$:

$\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \check{I}$



(circuito #2)

Dal circuito #1, risulta:

$$\dot{V}_{AB} = \dot{E}_M - \bar{Z}_M \dot{I}_1$$

Dal circuito #2, risulta

$$\dot{V}_{AB} = \dot{E} - \bar{Z}\dot{I} \quad \Rightarrow \quad \dot{I} = \frac{\dot{V}_{AB} - \dot{E}}{\bar{Z}}$$

Calcolata la potenza complessa $\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB}\check{I} = P_{AB} + jQ_{AB}$,

se $P_{AB} > 0$ allora bisogna rifasare con

$$C = \frac{Q_{AB}}{\omega V_{AB}^2}$$