COMPITO ELETTROTECNICA 07/02/2013

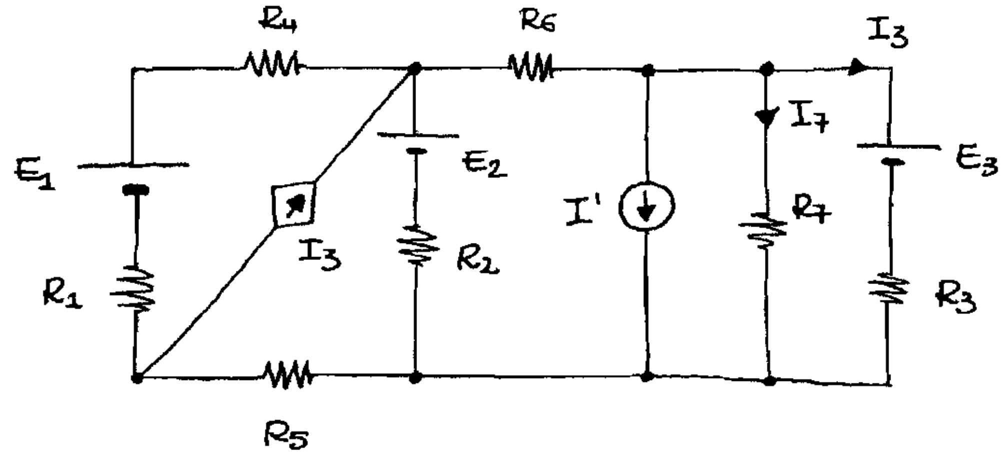
Allievo____ Matricola:_______________

Corso di Laurea: ____

Esercizio 1:

Il circuito in figura è a regime. Utilizzare il teorema di Thevenin per il calcolo di I_7. Determinare quindi la **potenza generata ed erogata da E_3** (con R_3 resistenza interna).

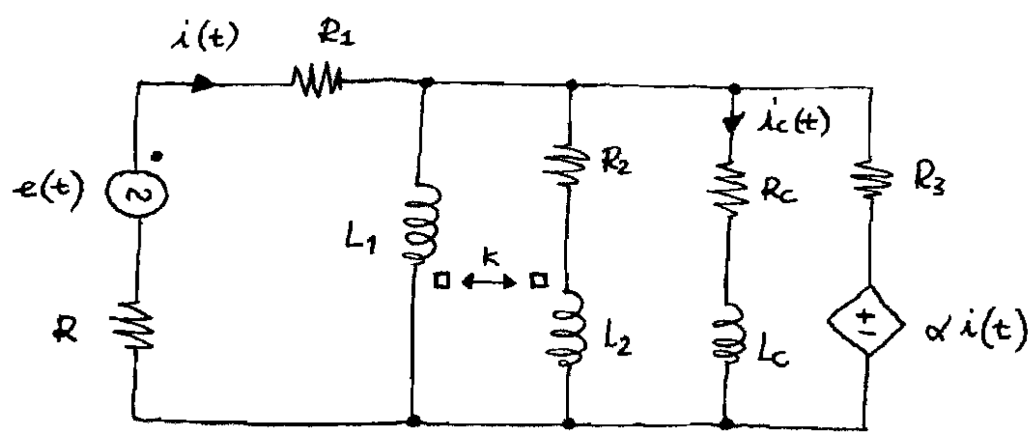
$E_1 = 5V$; $E_2 = 3V$; $E_3 = 2V$; $R_1 = 1\Omega$; $R_2 = 2\Omega$; $R_3 = R_4 = 4\Omega$; $R_5 = R_6 = 5\Omega$; $R_7 = 1\Omega$, $I' = 3A$



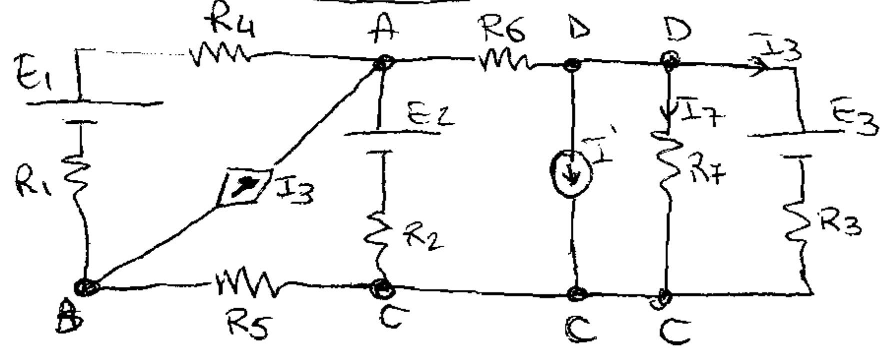
Esercizio 2:

Dato il seguente circuito a regime, determinare la corrente sul carico R_c-L_c, $i_c(t)$.

$e(t) = 10\sqrt{2}sin\,(2\pi ft)$ V; f = 50Hz; $\alpha = 0.5\Omega$; $R = 1\Omega$; $R_1 = R_2 = 2\Omega$; $R_3 = 3\Omega$;
$L_1 = 1mH$; $L_2 = 2mH$; $k = 0.5$; $R_C = 6\Omega$; L_C=3mH

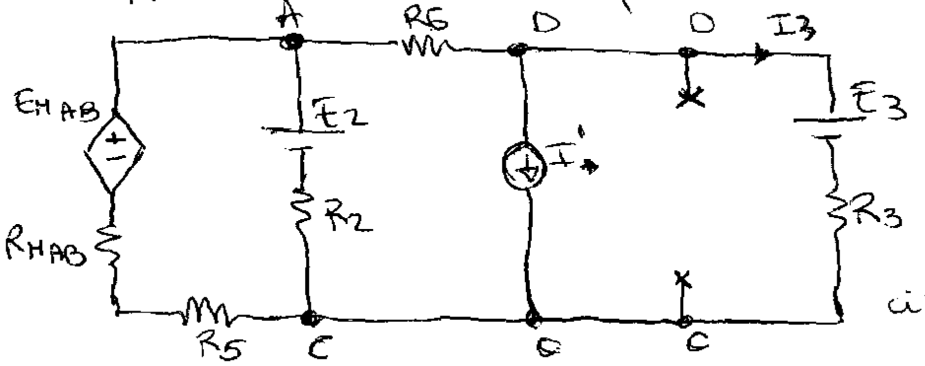


ESERCIZIO 1



circuito 1

Per applicare il Teo di Thevenin effettuo il Taglio sul ramo DC.
Applico Millmann Tra i punti A-B:

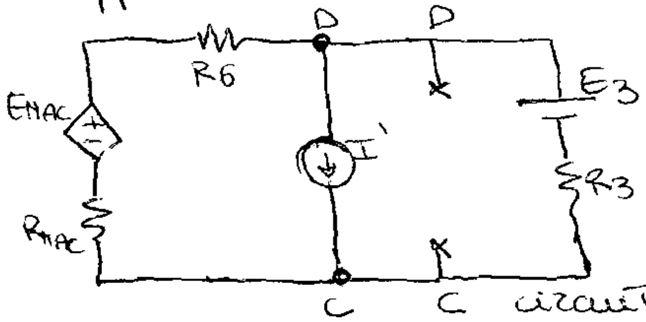


$$E_{MAB}=\frac{\frac{E_1}{R_1+R_4}+I_3}{\frac{1}{R_1+R_4}}=5+5I_3\,[V]$$

$$R_{MAB}=\frac{1}{\frac{1}{R_1+R_4}}=5\,\Omega$$

circuito 2

Applico Millmann Tra A-C:

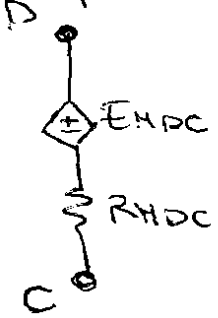


$$E_{MAC}=\frac{\frac{E_{MAB}}{R_{MAB}+R_5}+\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_{MAB}+R_5}+\frac{1}{R_2}}=3{,}34+0{,}84I_3$$

$$R_{MAC}=\frac{1}{\frac{1}{R_{MAB}+R_5}+\frac{1}{R_2}}=1{,}67\,[\Omega]$$

circuito 3

Infine Millmann Tra i Tre rami:



$$E_{MDC}=\frac{\frac{E_{MAC}}{R_{MAC}+R_6}-I'+\frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_{MAC}+R_6}+\frac{1}{R_3}}=-5+0{,}7I_3\,[V]$$

$$R_{MDC}=\frac{1}{\frac{1}{R_{MAC}+R_6}+\frac{1}{R_3}}=2.5\,\Omega$$

Procediamo con il calcolo della Tensione a vuoto:

$V_{DC}=E_{MDC}=-5+0{,}7\,I_3$ (1)

Dal circuito 2 considero la V_{DC} per il calcolo di I_3:

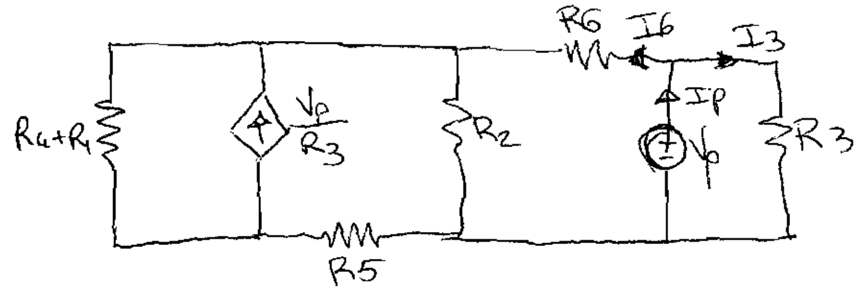
$V_{DC}-E_3=R_3I_3$

Sostituendo con (1):

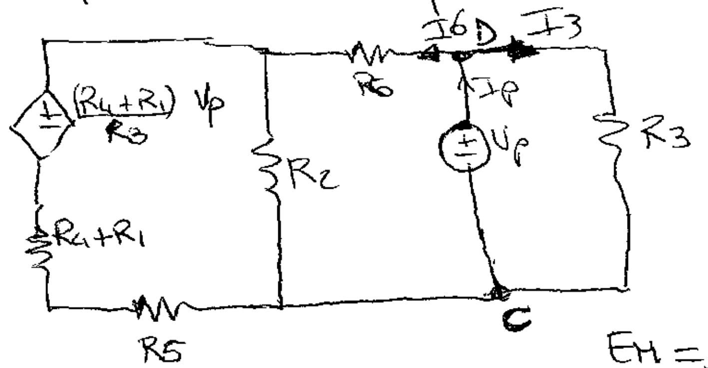
$E_{MDC}-E_3=R_3I_3 \Rightarrow I_3=-0{,}47\text{ A} \Rightarrow V_{TH}=V_{DC}=-5{,}3\text{ V}$

Passiviamo adesso il circuito per il calcolo della R_{TH} vista ai capi del Taglio C-D, sostituendo la R_7 con un gen. prova.

Ricordiamoci che il gen. dipendente non viene Toccato !!!

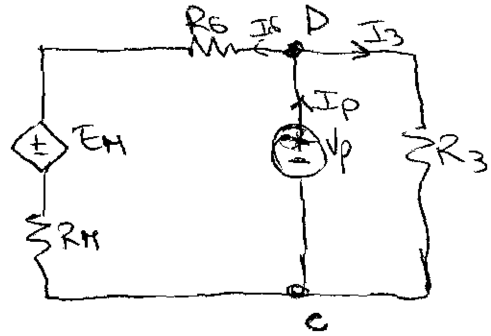


Applico Millman partendo da sinistra:



$$I_p = I_6 + I_3 = I_6 + \frac{V_p}{R_3} \quad (2)$$

$$E_M = \frac{\dfrac{\frac{R_4+R_1}{R_3}V_p}{R_4+R_1+R_5}}{\dfrac{1}{R_4+R_1+R_5}+\dfrac{1}{R_2}} = 0,21\ V_p$$



$$R_M = \frac{1}{\dfrac{1}{R_4+R_1+R_5}+\dfrac{1}{R_2}} = 1,67\ [\Omega]$$

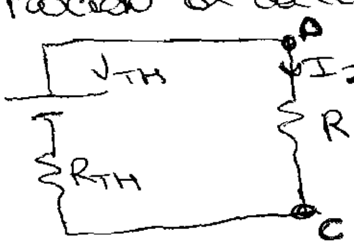
Applico la legge di OHM-generalizzata fra D-C:

$$V_p - E_M = (R_M + R_6) I_6 \Rightarrow I_6 = 0,12\ V_p$$

Considero l'equazione (2), ovvero la legge al nodo D:

$$I_p = 0,12\ V_p + \frac{V_p}{R_3} \Rightarrow R_{TH} = \frac{V_p}{I_p} = 2,7\ \Omega$$

Procedo al calcolo della corrente I_7:



$$I_7 = \frac{V_{TH}}{R_{TH}+R_7} = -1,43\ A$$

$V_{DC} = R_7 \cdot I_7 = -1,43\ V$

Mi calcolo la I_3 dal circuito 1:

$V_{DC} - E_3 = R_3 I_3$

$\Rightarrow I_3 = -0.84\ A$

* $P_{gE3} = E_3(-I_3) = 1.70\ W$

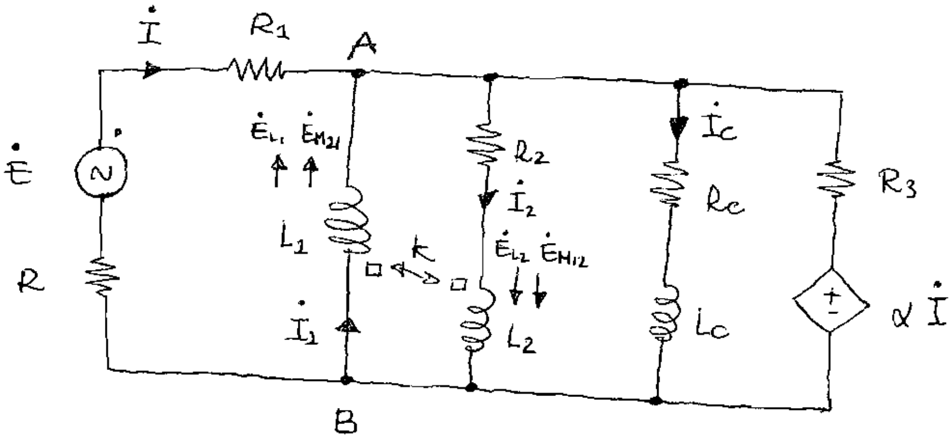
$P_{eE3} = V_{DC}(-I_3) = 1,20\ W$

* La pot. va calcolata considerando la corrente con verso uscente dal polo + del generatore

Esercizio 2

Risolviamo il circuito lavorando nel dominio dei fasori

A $e(t) = 10\sqrt{2}\,\sin(2\pi f t)\,V$ corrisponde $\dot{E} = 10\,V$



Andremo a determinare $\dot{I}_c$ e lo trasformeremo nel dominio del tempo.

Tra A e B abbiamo 5 rami in parallelo, tra cui due sono accoppiati tramite il coefficiente k.

Per questi due rami scriviamo la legge di Ohm generalizzata

$$\begin{cases} \dot{V}_{AB} - \dot{E}_{L_1} - \dot{E}_{M_{21}} = 0 \\ \dot{V}_{AB} + \dot{E}_{L_2} + \dot{E}_{M_{12}} = R_2\dot{I}_2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dot{V}_{AB} + j\omega L_1\dot{I}_1 + j\omega M_{21}\dot{I}_2 = 0 & (\#1) \\ \dot{V}_{AB} - j\omega L_2\dot{I}_2 - j\omega M_{12}\dot{I}_1 = R_2\dot{I}_2 & (\#2) \end{cases}$$

dove $\omega = 2\pi f = 314$ rad/sec

$$M_{12} = M_{21} = M = k\sqrt{L_1L_2} = 0{,}71\text{ mH}$$

uguagliando le due espressioni di $\dot{V}_{AB}$ che si ottengono dalle due equazioni, si ottiene:

$$-j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 + R_2 \dot{I}_2 \,,$$

$$(-j\omega L_1 - j\omega M)\,\dot{I}_1 = (R_2 + j\omega L_2 + j\omega M)\,\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = -\frac{R_2 + j\omega(L_2+M)}{j\omega(L_1+M)} \cdot \dot{I}_2 \qquad (\#3)$$

$$\dot{I}_2 = -\frac{j\omega(L_1+M)}{R_2 + j\omega(L_2+M)}\,\dot{I}_1 \qquad (\#4)$$

Sostituendo nella #1 (o nella #2) prima la #3 e poi la #4 otteniamo i due rapporti $\frac{\dot{V}_{AB}}{\dot{I}_2}$ e $\frac{\dot{V}_{AB}}{\dot{I}_1}$ che corrispondono alle impedenze dei due rami $\bar{Z}_2$ e $\bar{Z}_1$.

#3 in #1 $\Rightarrow$ $$\dot{V}_{AB} - j\omega L_1 \frac{R_2 + j\omega(L_2+M)}{j\omega(L_1+M)}\,\dot{I}_2 + j\omega M\,\dot{I}_2 = 0 \,;$$

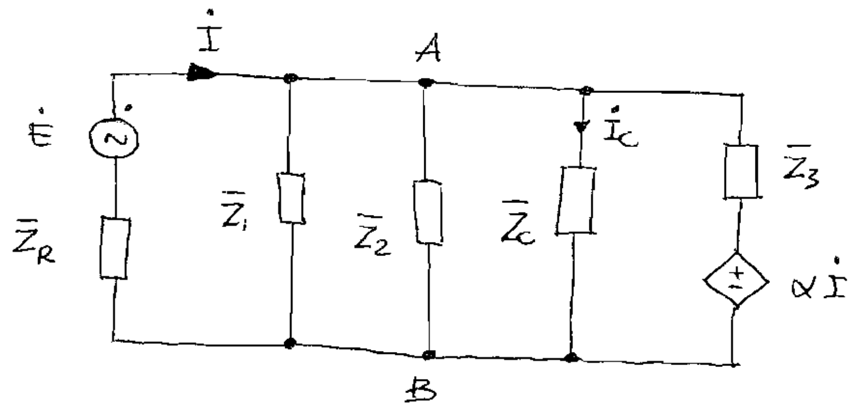
$$\dot{V}_{AB} = \left(L_1 \cdot \frac{R_2 + j\omega(L_2+M)}{L_1+M} - j\omega M\right)\dot{I}_2$$

$$\Rightarrow \bar{Z}_2 = \frac{\dot{V}_{AB}}{\dot{I}_2} = \frac{R_2 L_1}{L_1+M} + j\omega\left(\frac{L_1(L_2+M)}{L_1+M} - M\right) = 1{,}17 + j\,0{,}27 \;\Omega$$

#4 in #1 $\Rightarrow$ $$\dot{V}_{AB} + j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \frac{j\omega(L_1+M)}{R_2 + j\omega(L_2+M)}\,\dot{I}_1 = 0$$

$$\Rightarrow \bar{Z}_1 = \frac{\dot{V}_{AB}}{\dot{I}_1} = -\frac{\omega^2 M(L_1+M)}{R_2 + j\omega(L_2+M)} - j\omega L_1 = -0{,}05 - j\,0{,}29 \;\Omega$$

Abbiamo quindi il circuito:



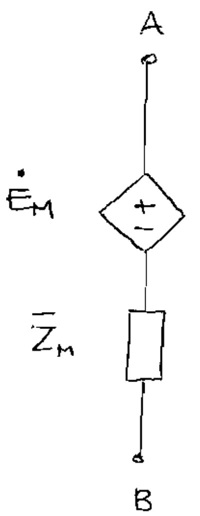
dove $\bar{Z}_R = R + R_1 = 3\,\Omega$;

$\bar{Z}_1 = -0{,}05 - j\,0{,}29\ \Omega \qquad \bar{Z}_2 = 1{,}17 + j\,0{,}27\ \Omega$

$\bar{Z}_C = R_C + j\omega L_C = 6 + j\,0{,}94\ \Omega$

$\bar{Z}_3 = 3\,\Omega$

Applichiamo Millman ai 5 rami, ottenendo:



dove $$\dot{E}_M = \frac{\dfrac{\dot{E}}{\bar{Z}_R} + \dfrac{\alpha\dot{I}}{\bar{Z}_3}}{\dfrac{1}{\bar{Z}_R} + \dfrac{1}{\bar{Z}_1} + \dfrac{1}{\bar{Z}_2} + \dfrac{1}{\bar{Z}_C} + \dfrac{1}{\bar{Z}_3}} =$$

$$= 3{,}54 + j\,10{,}45 + (0{,}18 + j\,0{,}52)\,\dot{I}$$

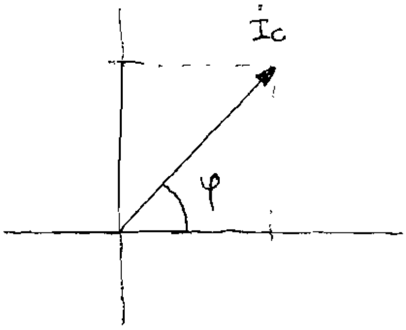
Inoltre si ha: $\dot{V}_{AB} = \dot{E}_M$ (l. Ohm general. al ramo di Millman)

e: $\dot{V}_{AB} = \dot{E} - \bar{Z}_R\,\dot{I}$ (Ohm gen. al ramo $\dot{E} - \bar{Z}_R$)

Uguagliando le due espressioni di $\dot{V}_{AB}$, possiamo ottenere $\dot{I}$

$\dot{I} = 1{,}45 - j\,3{,}52\ A \Longrightarrow \dot{V}_{AB} = 5{,}63 + j\,10{,}57\ V$

Infine: $\dot{I}_c = \dfrac{\dot{V}_{AB}}{\bar{Z}_c} = 1{,}19 + j\,1{,}58 \quad A$



$$|\dot{I}_c| = \sqrt{1{,}19^2 + 1{,}58^2} = 1{,}98 \quad A$$

$$\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{1{,}58}{1{,}19} = 0{,}92 \text{ rad } (53°)$$

quindi l'andamento nel tempo di $i_c(t)$ è:

$$i_c(t) = 1{,}98 \cdot \sqrt{2} \cdot \mathrm{sen}\,(314t + 0{,}92) \quad A$$