COMPITO DI ELETTROTECNICA 24/01/2014

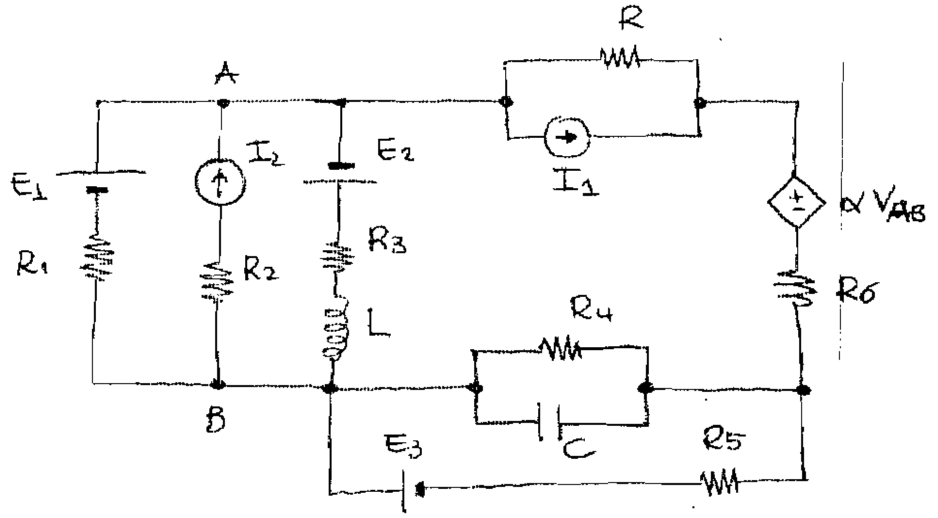
Allievo____ Matricola:________________

Corso di Laurea: __________________________________

Esercizio 1:

Il circuito in figura è a regime. Determinare il valore del'energia immagazzinata nell'induttore L.

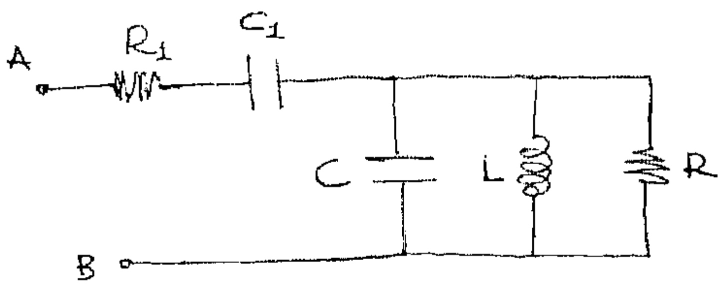
E_1 = 3V; R_1=2 Ω; I_1=2A; I_2=3A; E_2=5V; R_3=2 Ω; L=1mH; R_4= R=3Ω; E_3 = 8V; R_5= R_6 =1Ω; α=4; C=1mF



Esercizio 2:

Data la rete in figura, determinare la frequenza di risonanza calcolata tra i punti A e B.

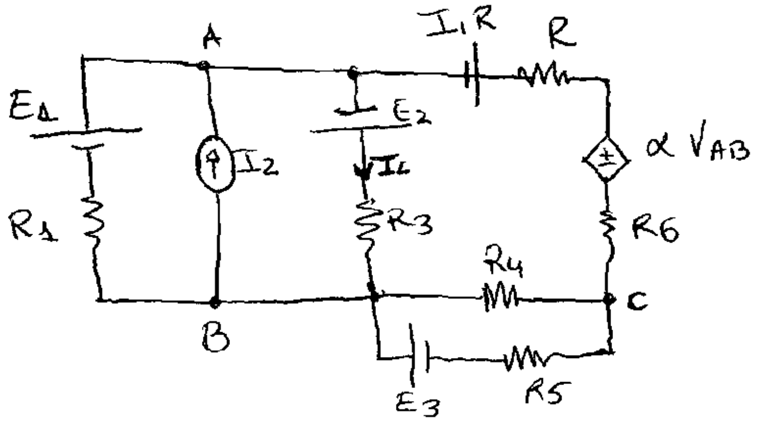
R=3Ω; C_1=2mF; C=1mF; L=3mH; R_1=5 Ω

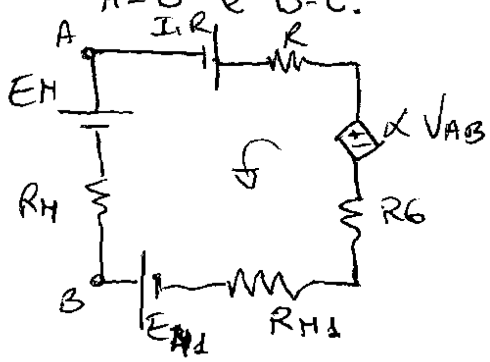


ES. N° 1

Ridisegniamo il circuito considerando che R_2 in serie al gen. di corrente I_2 si può trascurare, L si comporta da c.c e C da c.a.

Applico Millmann tra i punti A-B e B-C.





$$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1} + I_2 - \frac{E_2}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}} \qquad R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}}$$

$$E_{M1} = \frac{\frac{E_3}{R_5}}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4}} \qquad R_{M1} = \frac{1}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4}}$$

$$\begin{cases} \alpha V_{AB} - E_{M1} - I_1 R - E_M = I(R + R_6 + R_{M1} + R_M) \\ V_{AB} - E_M = I R_M \implies V_{AB} = E_M + I R_M \end{cases}$$

$$\alpha(E_M + I R_M) - E_{M1} - I_1 R - E_M = I(R + R_6 + R_{M1} + R_M) \implies \boxed{I}$$

Dopo aver calcolato la I mi determino la V_{AB}:

$$V_{AB} = E_M + I R_M$$

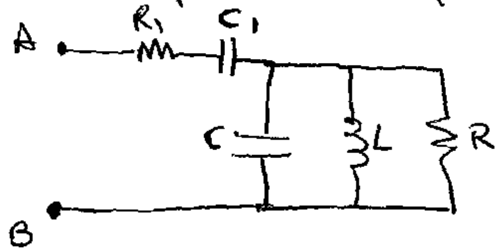
Per calcolare l'energia imm. da L mi serve conoscere la I_L, poiché:

$$E_L = \frac{1}{2} L I_L^2$$

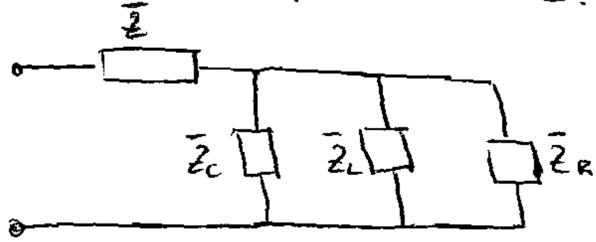
$$V_{AB} + E_2 = I_L \cdot R_3 \implies I_L = \frac{V_{AB} + E_2}{R_3}$$

Es. N-2

Per calcolare la freq. di risonanza è necessario calcolare l'impedenza equivalente vista tra i punti A e B.

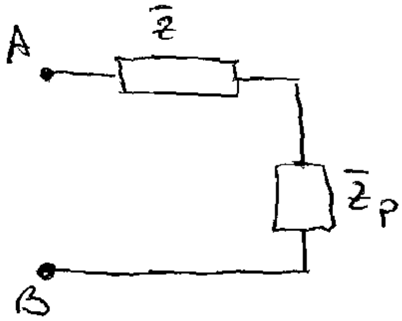


$\Rightarrow$



dove:

$$\bar{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} \qquad \bar{Z}_L = j\omega L \qquad \bar{Z}_R = R \qquad \bar{Z} = R_1 - \frac{j}{\omega C_1}$$



$$\bar{Z}_P = \frac{1}{\frac{1}{\bar{Z}_C} + \frac{1}{\bar{Z}_L} + \frac{1}{\bar{Z}_R}} = \frac{\bar{Z}_C \cdot \bar{Z}_L \cdot \bar{Z}_R}{\bar{Z}_L \bar{Z}_R + \bar{Z}_C \bar{Z}_R + \bar{Z}_C \bar{Z}_L} =$$

$$= \dots = \frac{\frac{L}{C} R}{\frac{L}{C} + j\left(\omega L R - \frac{R}{\omega C}\right)}$$

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z} + \bar{Z}_P = R_1 - \frac{j}{\omega C} + \frac{LR/C}{\frac{L}{C} + j\left(\omega L R - \frac{R}{\omega C}\right)} =$$

$$= \frac{R_1 \omega L + j\omega C R_1\left(\omega L R - \frac{R}{\omega C}\right) - \frac{j}{\omega C}\left[\omega L + j\omega C\left(\omega L R - \frac{R}{\omega C}\right)\right] + \omega R L}{\omega L + j\omega C\left(\omega L R - \frac{R}{\omega C}\right)} =$$

$$= \frac{\left(R_1 \omega L + 2\omega R L - \frac{R}{\omega C}\right) + j\left(\omega^2 C L R R_1 - R R_1 - \frac{L}{C}\right)}{\omega L + j\left(\omega^2 L C R - R\right)} \cdot \frac{\omega L - j(\omega^2 LCR - R)}{\omega L - j(\omega^2 LCR - R)}$$

$$= \frac{\left[\underbrace{\left(R_1 \omega L + 2\omega R - \frac{R}{\omega C}\right)}_{a} + j\underbrace{\left(\omega^2 C L R R_1 - R R_1 - \frac{L}{C}\right)}_{b}\right]\left[\underbrace{(\omega L)}_{c} - j\underbrace{\left(\omega^2 L C R - R\right)}_{d}\right]}{\omega^2 L^2 + \left(\omega^2 L C R - R\right)^2}$$

Indico per semplificare i calcoli le lettere a, b, c e d:

$$= \frac{(a + jb)\cdot(c - jd)}{\omega^2 L^2 + (\omega^2 LCR - R)^2} = \frac{ac - jad + jbc + bd}{\omega^2 L^2 + (\omega^2 LCR - R)^2} =$$

$$= \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{\omega^2 L^2 + (\omega^2 LCR - R)^2}$$

Per determinare la freq. di risonanza dobbiamo porre la parte immag. dell' impedenza equivalente a 0, quindi:

$$\frac{bc-ad}{\omega^2L^2+(\omega^2LCR-R)^2}=0 \Rightarrow bc-ad=0$$

sostituisco alle lettere i termini definiti precedentemente:

$$\omega^3CL^2RR_1-RR_1\omega L-\omega\frac{L^2}{C}-\left(R_1\omega L+2\omega RL-\frac{R}{\omega C}\right)\left(\omega^2LCR-R\right)=$$

$$=\ldots\ldots=2\omega^4R^2CL-\omega^2\left(2R^2L+R^2-\frac{L^2}{C}\right)+\frac{R^2}{C}=0$$

$$\Rightarrow\omega^2=\frac{\left(2R^2L+R^2-\frac{L^2}{C}\right)\pm\sqrt{\left(2R^2L+R^2-\frac{L^2}{C}\right)-8R^4L}}{2}=$$

$$=\ldots\ldots=\begin{cases}5{,}85 \Rightarrow \omega_{1,2}\\ 3{,}18 \Rightarrow \omega_{3,4}\end{cases}$$

Si sono ottenute 4 soluzioni, 2 positive e 2 negative. Ha senso considerare le sole soluz. positive, quindi:

$$\omega_{1,2}=\pm\sqrt{5{,}85}=\begin{cases}\boxed{2{,}41}\\ -2{,}41\end{cases} \Rightarrow f_1=0{,}38\ Hz$$

$$\omega_{3,4}=\pm\sqrt{3{,}18}=\begin{cases}\boxed{1{,}78}\\ -1{,}78\end{cases} \Rightarrow f_3=0{,}28\ Hz$$