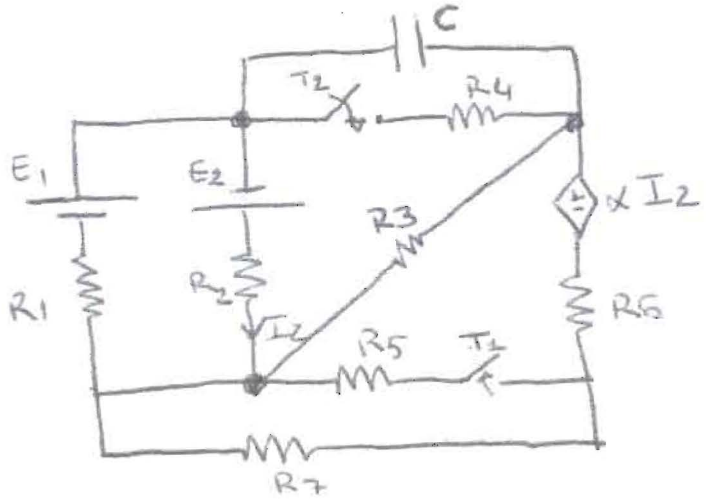
COMPITO ELETTROTECNICA 20-02-2019

Allievo____ Matricola:______________

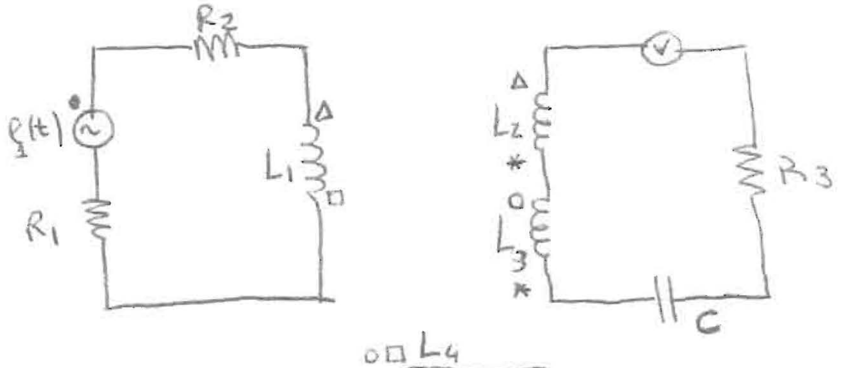
Corso di Laurea: ______________________________________

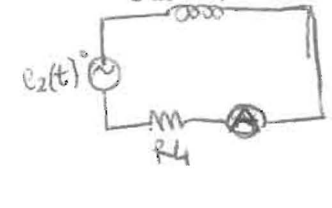
Esercizio 1:
Il circuito rappresentato è a regime. All'istante t=0s il tasto T1 si apre e il tasto T2 si chiude. Determinare il valore della tensione $v_C(t)$ ai capi del condensatore. Inoltre, determinare l'energia immagazzinata nel condensatore dopo 1 secondo.

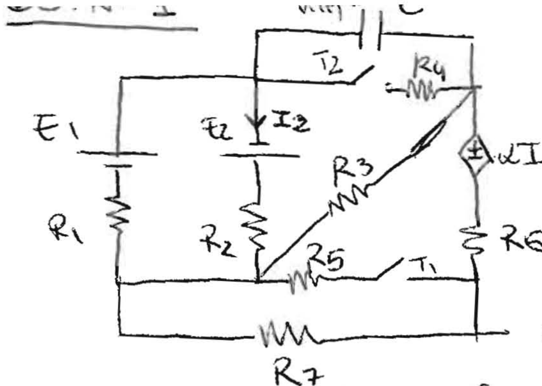
E_1=10V, E_2=8V, , R_1=2Ω, R_2=2Ω, R_3=1Ω, R_4=1Ω, R_5=1Ω, R_6=3Ω, R_7=3Ω, C=1μF, α=3Ω.



Esercizio 2:
Dato il circuito in figura, determinare i valori misurati dal voltometro e dall'amperometro, considerando i due strumenti ideali.
$e_1(t) = 3\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$; $e_2(t) = 3\sqrt{2}\cos(\omega t)$; **$R_1$=$R_3$=4Ω; R_2=R_4=2Ω; C=2mF; L_1=1mH; L_2=2mH; L_3=3mH; L_4=4mH; K_{12}=0.4; K_{14}=0.6; K_{34}=0.8; K_{23}=1; ω=100rad/sec**







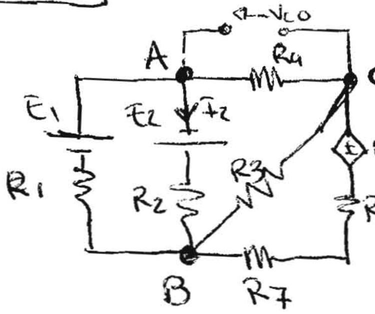
#1

$$v_C(t) = v_{C0}\, e^{-t/\tau} + v_{C\infty}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$E_C = \frac{1}{2} V_C^2(t)\, C$$

Dobbiamo calcolare V_{C0}, $V_{C\infty}$ e $\tau = R_{eq} C$, dove R_{eq} è la resistenza vista da C durante il transitorio (T_1 = chiuso e T_2 = aperto)

$\boxed{V_{C0}}$ $\Rightarrow$ $t = 0$ $\quad T_1$ = aperto $\quad T_2$ = chiuso $\quad C$ = c.a.



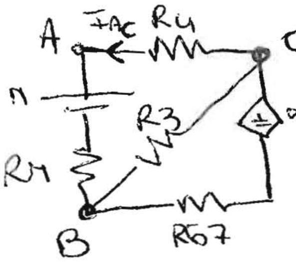
#2

$$V_{C0} = V_{AC}$$

Applico Millman tra A - B:

$$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

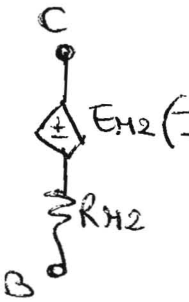


#3

$$R_{67} = R_6 + R_7$$

Applico Millman tra C-B:

$$E_{M2} = \frac{\frac{E_M}{R_M + R_4} + \frac{\alpha I_2}{R_{67}}}{\frac{1}{R_M + R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{67}}}$$



#4

$$V_{CB} = E_{M2}(I_2)$$

Calcoliamoci I_2 e poi la V_{AC}.

Dal (#3): $V_{CB} - E_M = I_{AC}(R_M + R_4) \Rightarrow E_{M2}(I_2) - E_M = I_{AC}(R_M + R_4)$

$$I_{AC} = \frac{E_{M2}(I_2) - E_M}{R_M + R_4}$$

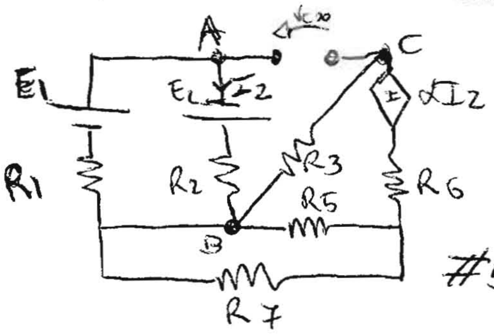
Dal (#3): $\begin{cases} V_{AB} - E_M = I_{AC} R_M \\ V_{AB} + E_2 = I_2 R_2 \end{cases}$ $\Rightarrow$ mi calcolo la I_2

Dal (#2):

Noto la I_2 sostituisco nella $I_{AC} = \dfrac{E_M(I_2) - E_M}{R_M + R_4}$ $\Rightarrow$

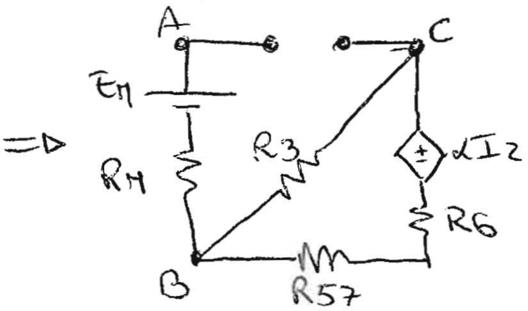
$\Rightarrow V_{AC} = -I_{AC} R_4 = V_{C0}$

$\boxed{V_{C\infty}}$ T_1 si chiude e T_2 si apre



#5

$\Rightarrow$

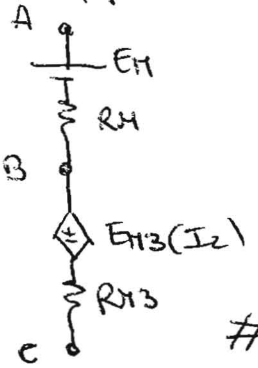


#6

$V_{C\infty} = V_{AC}$

$R_{57} = R_5 // R_7$

Applico Millmann tra C-B:



#7

E_M e R_M sono le stesse calcolate nel caso V_{C0}

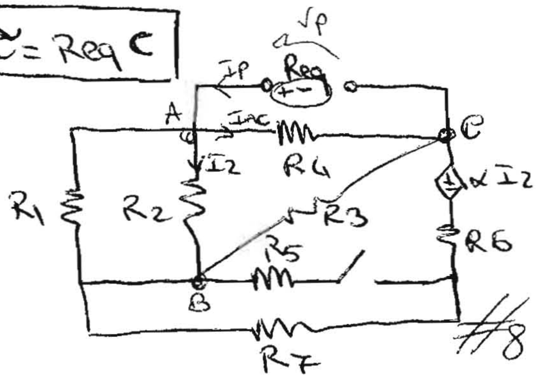
$$E_{M3}(I_2) = \frac{\frac{\alpha I_2}{R_6+R_{57}}}{\frac{1}{R_6+R_{57}} + \frac{1}{R_3}}$$

$$V_{AC} = E_M + E_{M3}(I_2)$$

per il calcolo di I_2, conosco la V_{AB} e dal #5

$$V_{AB} + E_2 = I_2 \cdot R_2$$

$\boxed{\tau = R_{eq} C}$

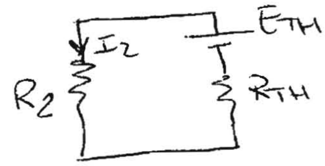


#8

Per il calcolo della R_{eq} inserisco un generatore di prova V_p tale che: $R_{eq} = \frac{V_p}{I_p}$

LEGGE AL NODO A: $I_p = I_{AC} + I_2 = \frac{V_P}{R_4} + I_2$

Per calcolare la I_2 applico Thevenin ed effettuo il taglio sul ramo A-R_2-B.
Il circuito equivalente è:



$$I_2 = \frac{E_{TH}}{R_2 + R_{TH}}$$

Procedo con il calcolo di $E_{TH} = V_{AB}(0)$

$$E_M(I_2) = \frac{\frac{\alpha I_2}{R_7+R_6}}{\frac{1}{R_7+R_6} + \frac{1}{R_3}} \qquad R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_7+R_6} + \frac{1}{R_3}}$$

$$V_{AB}(0) = V_{AC} + V_{CB} = V_p + [E_M(I_2) + I_{CB} \cdot R_M] = V_p + E_M(I_2) + R_M(I_{AC} - I_p) =$$
$$= V_p + E_M(I_2) + R_M\left(\frac{V_p}{R_4} - I_p\right)$$

A questo punto posso scrivermi la I_2 in funzione di V_p e I_p:

$$I_2 = \frac{V_p + E_M(I_2) + R_M\left(\frac{V_p}{R_4} - I_p\right)}{R_2 + R_{TH}} = \dots = \frac{V_p\left(1 + \frac{R_M}{R_4}\right) - \frac{R_M}{R_4} I_p}{R_2 + R_{TH} - E_M}$$

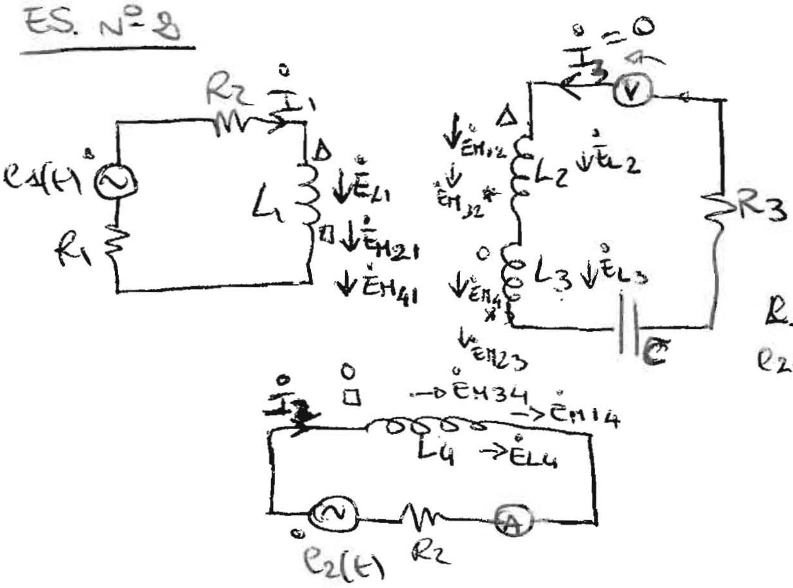
dove $R_{TH} = [R_3 + R_4] // R_1$ rendendo passivo il circ. #8.

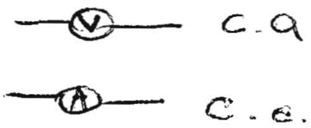
Risolviamo la I_p sostituendo la I_2 in f.ne di V_p e I_p:

$$I_p = \frac{V_p}{R_4} + \frac{V_p + E_M(I_2) + R_M\left(\frac{V_p}{R_4} - I_p\right)}{R_2 + R_{TH}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{V_p}{I_p}$$

$$E_C = \frac{1}{2} C v_C(t = 5)^2$$

ES. N° 8





$e_1(t) = 3\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \dot{E}_1 = j\frac{3\sqrt{2}}{2}$ [V]

$e_2(t) = 3\sqrt{2}\cos(\omega t) \Rightarrow \dot{E}_2 = j3$ [V]

$\dot{E}_{M21} = \dot{E}_{M12} \quad (>0)$

$\dot{E}_{M41} = \dot{E}_{M14} \quad (<0)$

$\dot{E}_{M32} = \dot{E}_{M23} \quad (>0)$

$\dot{E}_{M43} = \dot{E}_{M34} \quad (>0)$

$M_{12} = M_{21} = K_{12}\sqrt{L_1L_2}$

$M_{14} = M_{41} = K_{14}\sqrt{L_1L_4}$

$M_{34} = M_{43} = K_{34}\sqrt{L_3L_4}$

$$\begin{cases} \dot{E}_1 + \dot{E}_{L1} + \cancel{\dot{E}_{M21}} + \dot{E}_{M41} = \dot{I}_1(R_1+R_2) \\ \dot{E}_2 + \dot{E}_{L4} + \dot{E}_{M34} + \dot{E}_{M14} = \dot{I}_2R_2 \\ \cancel{\dot{E}_{L2}} + \cancel{\dot{E}_{L3}} + \dot{E}_{M12} + \dot{E}_{M32} + \dot{E}_{M43} + \dot{E}_{M23} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{E}_1 - j\omega L_1\dot{I}_1 + j\omega M_{41}\cdot\dot{I}_2 = \dot{I}_1(R_1+R_2) \\ \dot{E}_2 - j\omega L_4\dot{I}_2 - \cancel{j\omega M_{34}\dot{I}_3} - j\omega M_{14}\dot{I}_1 = \dot{I}_2R_2 \\ -j\omega M_{12}\dot{I}_1 - \cancel{j\omega M_{32}\dot{I}_3} - j\omega M_{43}\cdot\dot{I}_2 - \cancel{j\omega M_{23}\dot{I}_3} = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow |\dot{V}| = |-j\omega M_{12}\dot{I}_1 - j\omega M_{43}\cdot\dot{I}_2| \Rightarrow$ Tensione misurata dal voltmetro

$|\dot{I}_2| \Rightarrow$ corrente misurata dall'amperometro