COMPITO ELETTROTECNICA 25-02-2015

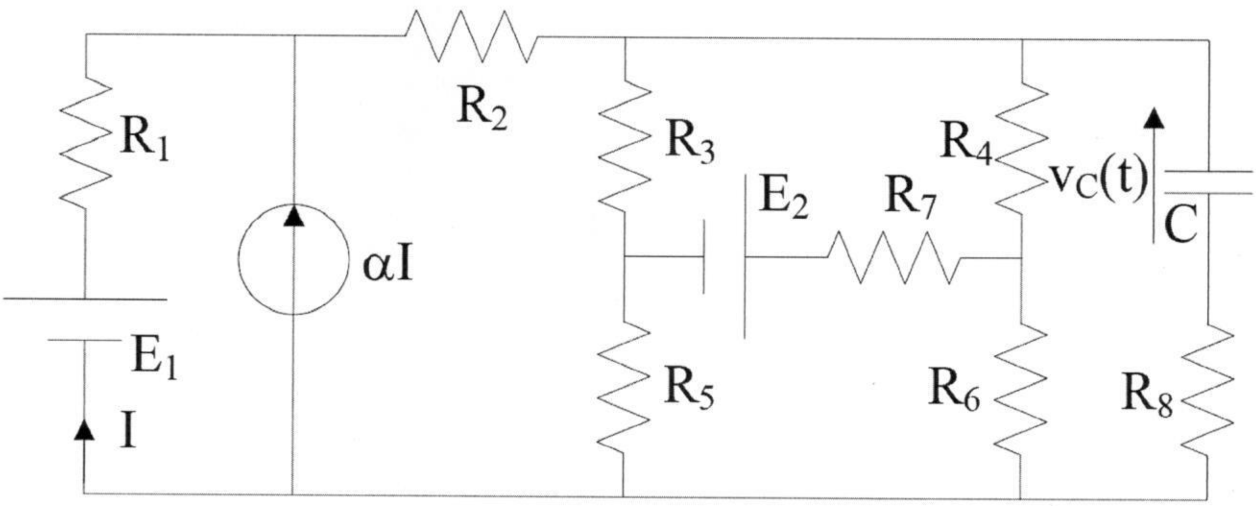
Allievo____ Matricola:________________

Corso di Laurea: ______________________________________

Esercizio 1:

Dato il sistema di figura, determinare il valore della tensione $v_c(t)$ all'istante di tempo t=10μs, supponendo la tensione iniziale $v_c(0) = 2V$.

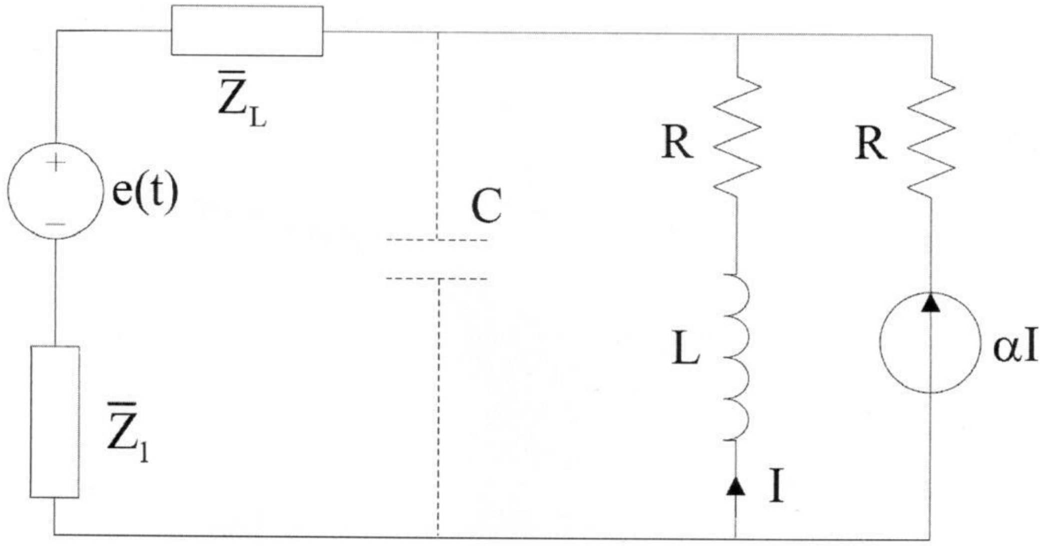
E_1=4 V, E_2=6V, R_1=R_8=2 Ω, R_2=3Ω, R_3=7 Ω, R_4=1 Ω, R_5=4 Ω, R_6=5 Ω, R_7=6 Ω, C=20 μF,α=-1.



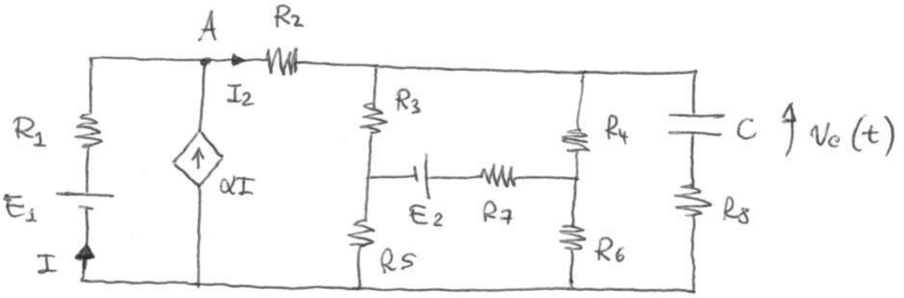
Esercizio 2:

Il sistema di figura si trova a regime. Determinare la capacità C da inserire come in figura per rifasare il carico a cosΦ=0.98.

e(t)=4√2sen(ωt+π/3)V; R=5Ω, ω=314 rad/s, L=50mH, α=2, $\overline{Z}_1 = 1 + j10\ \Omega$, $\overline{Z}_L = 5 + j30\ \Omega$,



Es. 1



— L'andamento temporale della $v_c(t)$ è

$$v_c(t) = v_c(0)\, e^{-t/\tau} + v_c(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

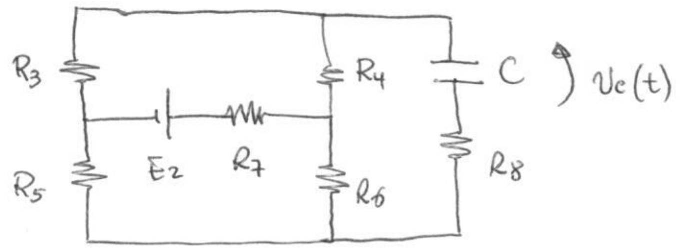
dove $v_c(0) = 2V$, $v_c(\infty)$ è la tensione ai capi di C a regime, cioè quando C si comporta da circuito aperto, $\tau = R_c \cdot C$ è la costante di tempo con R_c resistenza vista da C.

Dobbiamo quindi determinare $v_c(\infty)$ e R_c e calcolare $v_c(t = 10\mu s)$

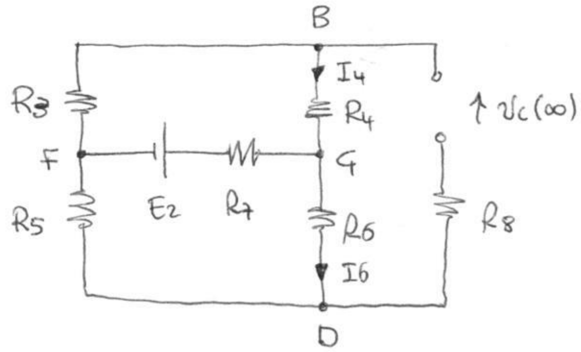
— È possibile notare che dalla legge al nodo A risulta

$$I_2 = I + \alpha I = I - I = 0$$

per cui su R_2 non scorre corrente e, di conseguenza, si può considerare il circuito



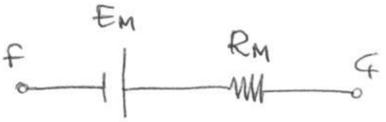
— CALCOLO DI $v_C(\infty)$



$$v_C(\infty) = V_{BD} = R_4 I_4 + R_6 I_6$$

Sul ramo con R_8, infatti, non scorre corrente, per cui quel ramo può essere trascurato.

Applico Millman tra F e G:



$$E_M = \frac{\frac{E_2}{R_7}}{\frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_3+R_4} + \frac{1}{R_5+R_6}} = 2{,}48\,V$$

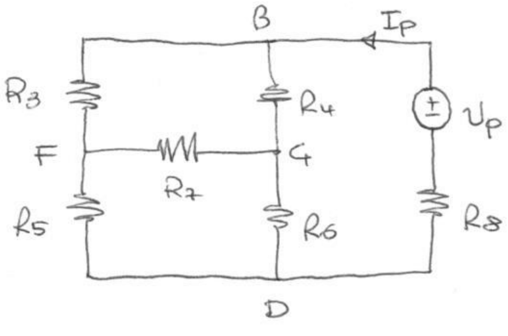
$$V_{GF} = E_M = 2{,}48\,V$$

$$I_4 = \frac{-V_{GF}}{R_3 + R_4} = -0{,}31\,A$$

$$I_6 = \frac{V_{GF}}{R_6 + R_5} = 0{,}28\,A$$

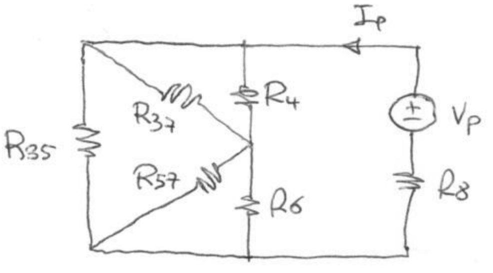
$$v_C(\infty) = R_4 I_4 + R_6 I_6 = 1{,}09\,V$$

— CALCOLO DI R_C



$$R_C = \frac{V_p}{I_p}$$

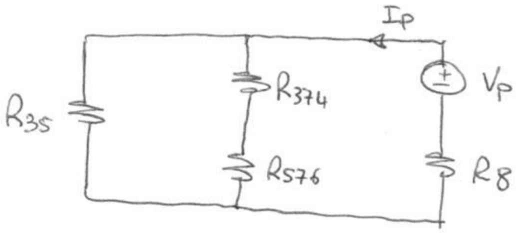
Trasformo la stella di centro F in triangolo:



$$R_{35} = \frac{R_3 R_5}{R_p} = 15{,}64\,\Omega \qquad R_{37} = \frac{R_3 R_7}{R_p} = 23{,}46\,\Omega$$

$$R_{57} = \frac{R_5 R_7}{R_p} = 13{,}41\,\Omega \qquad \text{con } R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_7}} = 1{,}79\,\Omega$$

Effettuo il parallelo tra R_{37} e R_4 e tra R_{57} e R_6:



$$R_{374} = \frac{R_{37} \cdot R_4}{R_{37} + R_4} = 0{,}96\,\Omega$$

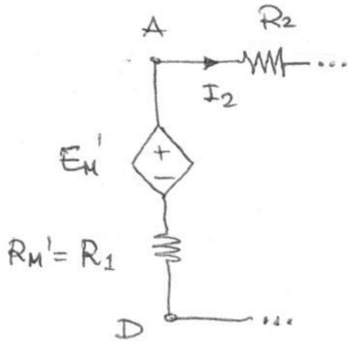
$$R_{576} = \frac{R_{57} \cdot R_6}{R_{57} + R_6} = 3{,}64\,\Omega$$

$$R_c = R_8 + \left[R_{35} \,/\!/\, (R_{374} + R_{576})\right] = 5{,}55\,\Omega$$

— $\tau = R_c \cdot C = 1{,}11 \cdot 10^{-4}\,\text{sec} = 0{,}11\,\text{msec}$

— $v_c(t = 10\mu s) = 2 \cdot e^{-\frac{10 \cdot 10^{-6}}{0{,}11 \cdot 10^{-3}}} + 1{,}09\left(1 - e^{-\frac{10 \cdot 10^{-6}}{0{,}11 \cdot 10^{-3}}}\right) = 1{,}92\,V$

N.B. Se non ci si rende conto che il ramo con R_2 è aperto, si può fare Millman tra i primi due rami a sinistra:



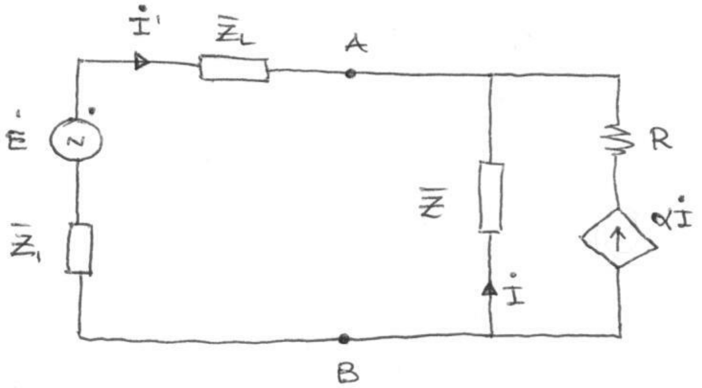
$$E_M' = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \alpha I}{\frac{1}{R_1}} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - I}{\frac{1}{R_1}}$$

Nel nuovo circuito non avremmo più la variabile di controllo I, che però possiamo esprimere in funzione di V_{AD} da $V_{AD} - E_1 = -R_1 I$ e quindi $I = \frac{E_1 - V_{AD}}{R_1}$.

Sostituendo questa espressione in E_M': $E_M' = \dfrac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_1}{R_1} + \frac{V_{AD}}{R_1}}{\frac{1}{R_1}} = V_{AD}$!

Affinché risulti $E_M' = V_{AD}$ l'unica possibilità è che su R_M' non scorra corrente, cioè $I_2 = 0$!

Esercizio 2



$\dot{E} = 4\cos\frac{\pi}{3} + j4\,\text{sen}\frac{\pi}{3} = 2 + j3{,}46\ V$

$\bar{Z} = 5 + j\,314 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 5 + j15{,}7\ \Omega$

Per determinare la capacità da inserire tra A e B per rifasare il sistema a $\cos\phi = 0{,}98$ devo determinare la potenza complessa che transita nella sezione A-B, $\bar{S} = V_{AB} \cdot \breve{I}'$

Dobbiamo determinare $\dot{I}'$.

Risulta $\dot{I}' = -\dot{I} - \alpha\dot{I} = -3\dot{I}$

Dalla legge alla maglia $\dot{E} - \bar{Z}_L - \bar{Z} - \bar{Z}_1 - \dot{E}$ otteniamo:

$\dot{E} = \bar{Z}_L\dot{I}' - \bar{Z}\dot{I} + \bar{Z}_1\dot{I}'$;

$\dot{E} = \bar{Z}_L\dot{I}' + \frac{\bar{Z}}{3}\dot{I}' + \bar{Z}_1\dot{I}' = \left(\bar{Z}_L + \bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}}{3}\right)\dot{I}'$

da cui $\dot{I}' = \dfrac{\dot{E}}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}}{3}} = 0{,}0816 - j0{,}0304\ A$

$\dot{V}_{AB} = \dot{E} - (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_L)\dot{I}' = 0{,}2952 + j0{,}3763\ V$

$\bar{S} = \dot{V}_{AB} \cdot \breve{I}' = \overset{(P_{CA}\ +\ j\ Q_{CA})}{0{,}0126 + j0{,}0397}\ VAC \longrightarrow \phi_{CA} = \text{arctg}\frac{0{,}0397}{0{,}0126} = 72{,}39°$

$\phi_{richiesto} = \arccos 0{,}98 = 11{,}47°$

$\phi_{CA} > \phi_{richiesto} \Rightarrow$ SI DEVE RIFASARE

$$C = \frac{Q_{CA} - P_{CA} \cdot tg(\phi_{richiesto})}{w\, V_{AB}^2} = 0{,}247\ mF$$