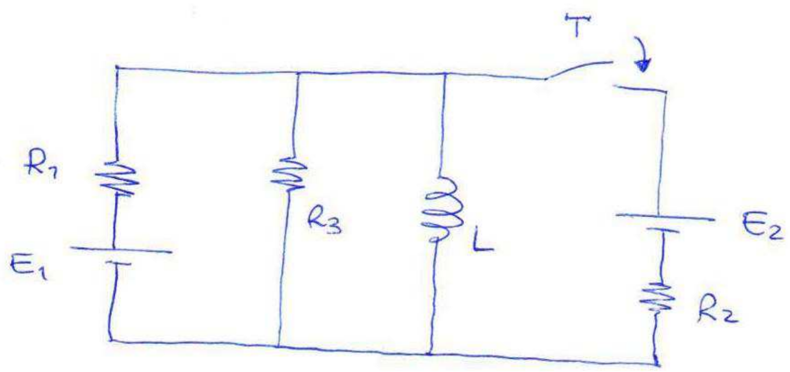
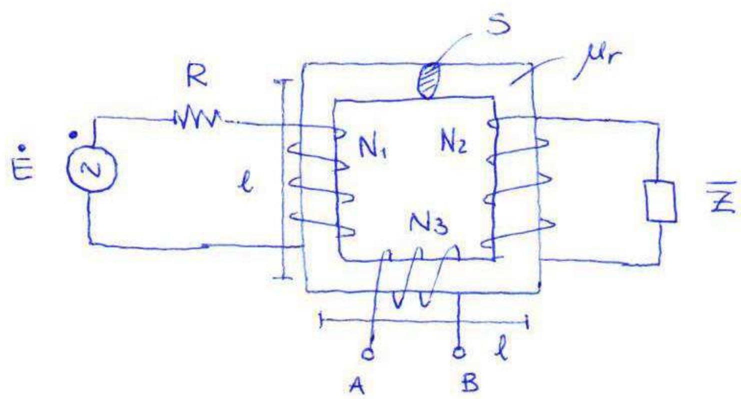
Elettrotecnica
Prova scritta del 27.05.2015

Nome	*Cognome*	*Matricola*

1. Dato il sistema di figura, determinare l'andamento della corrente $i_L(t)$, considerato che all'istante di tempo t=0s si chiude l'interruttore T.
   E_1=2 V, E_2=3 V, R_1=1 Ω, R_2=2 Ω, R_3=3 Ω, L=1 mH.

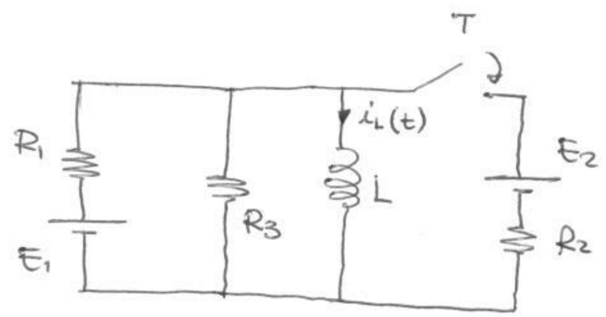


2. Il sistema di figura si trova a regime. Determinare la tensione $\dot{V}_{AB}$.
   $\dot{E}=240$ V, ω=314 rad/s, $\overline{Z}=2+j2$ Ω, R=1 Ω, N_1=1000, N_2=2000, N_3=3000, μ_r=1000, S=2cm^2, l=5cm.



Es. 1

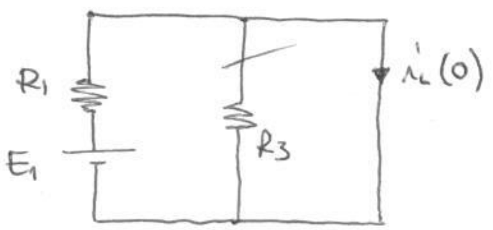
L'andamento della corrente $i_L(t)$ è:



$$\boxed{i_L(t) = i_L(0)\, e^{-t/\tau} + i_L(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

→ $i_L(0)$ è la corrente che scorre su L all'istante $t=0$ prima della chiusura del tasto.

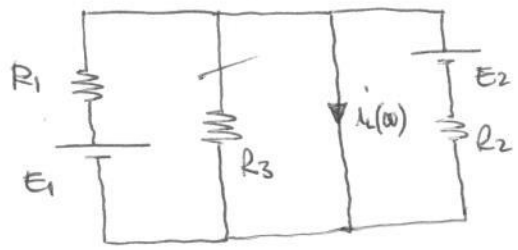
ipotizzando che il circuito sia a regime prima che T si chiuda, segue che L si comporta da cortocircuito:



su R_3, che è in parallelo al corto, non passa corrente, per cui

$$\boxed{i_L(0) = \frac{E_1}{R_1} = 2A}$$

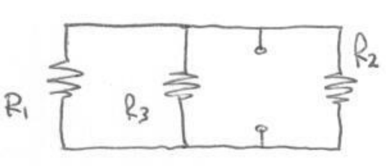
→ $i_L(\infty)$ è la corrente che scorre su L dopo il transitorio successivo alla chiusura di T. L si comporta da corto



Ancora una volta, su R_3 non scorre corrente e

$$\boxed{i_L(\infty) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} = 3{,}5\,A}$$

→ $\tau = \frac{L}{R_v}$ è la costante di tempo del transitorio, con R_v resistenza vista da L sulla rete resa passiva

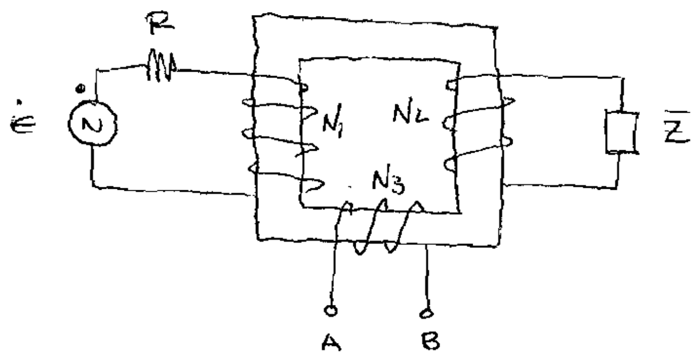


$R_v = R_1 // R_2 // R_3 = 0{,}55\,\Omega$

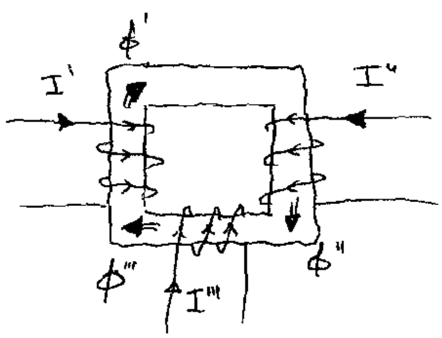
$$\boxed{\tau = 0{,}55\,ms}$$

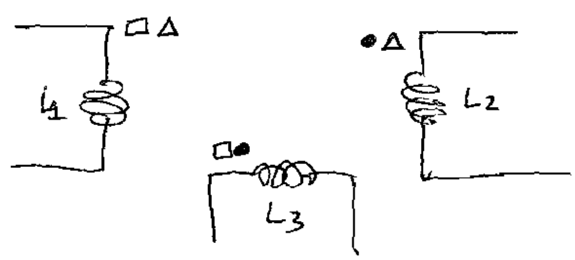
ELETTROTECNICA 27/05/2015

ESERCIZIO 2



Per il calcolo di $\dot{V}_{AB}$ risolviamo il nucleo ferromagnetico e troviamo il suo equivalente elettrico





Considerato che nella bobina 3 non passa corrente, dobbiamo calcolare:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{eq_1}} \quad , \quad L_2 = \frac{N_2^2}{R_{eq_2}}$$

$$M_{12} = \sqrt{L_1 L_2} \qquad M_{13} = \sqrt{L_1 L_3}$$

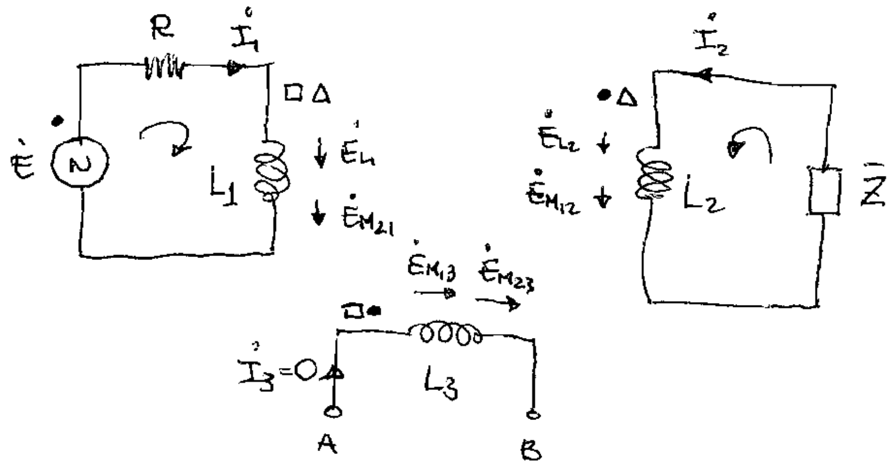
$$M_{21} = M_{12} \qquad M_{23} = \sqrt{L_2 L_3}$$

// calcoliamo quindi anche $L_3 = \frac{N_3^2}{R_{eq_3}}$

Tutte le bobine sono in accoppiamento perfetto

$$R_{eq_1} = R_{eq_2} = R_{eq_3} = \frac{4l}{\mu_0 \mu_r S} .$$

Determinati i coefficienti di auto e mutua possiamo scrivere le equazioni alle maglie



$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = R\dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = \bar{Z}\dot{I}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{E} - j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{21} \dot{I}_2 = R\dot{I}_1 \\ -j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{12} \dot{I}_1 = \bar{Z}\dot{I}_2 \end{cases}$$

Da questo sistema ricavo $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ e quindi posso calcolare $\dot{V}_{AB}$ come:

$$\dot{V}_{AB} + \dot{E}_{M13} + \dot{E}_{M23} = 0 \Rightarrow \dot{V}_{AB} = -\dot{E}_{M13} - \dot{E}_{M23}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\dot{V}_{AB} = +j\omega M_{13}\dot{I}_1 + j\omega M_{23}\dot{I}_2}$$