COMPITO ELETTROTECNICA 18/06/2013

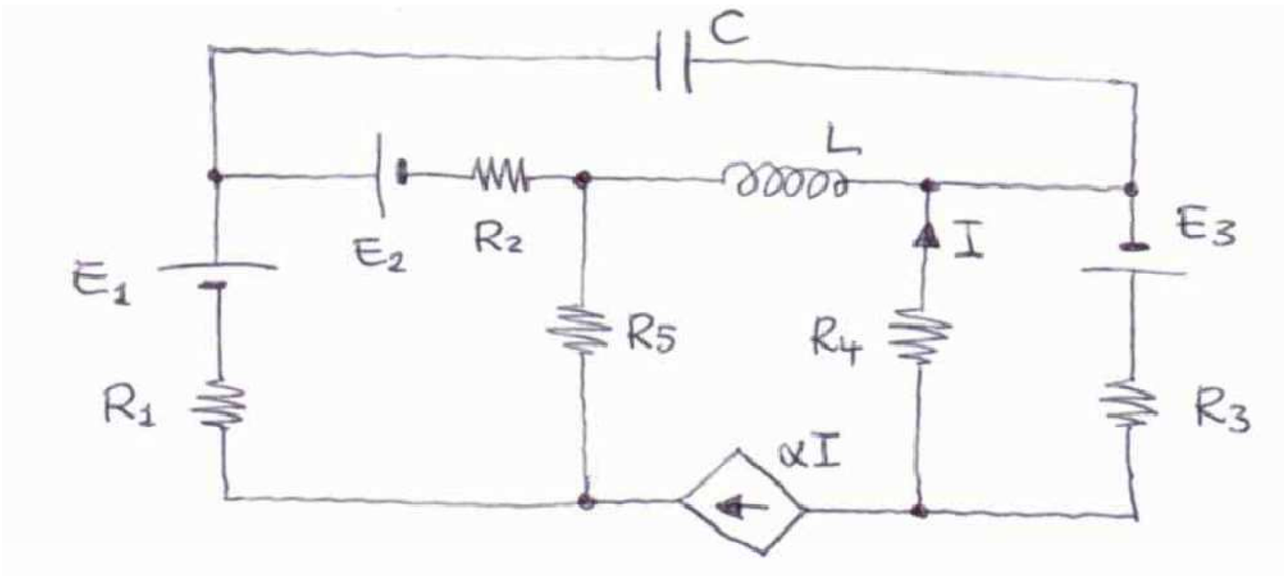
Allievo____ Matricola:________________

Corso di Laurea: ____

<u>Esercizio 1:</u>

Il circuito in figura è a regime. Determinare l'energia immagazzinata nel capacitore e nell'induttore.

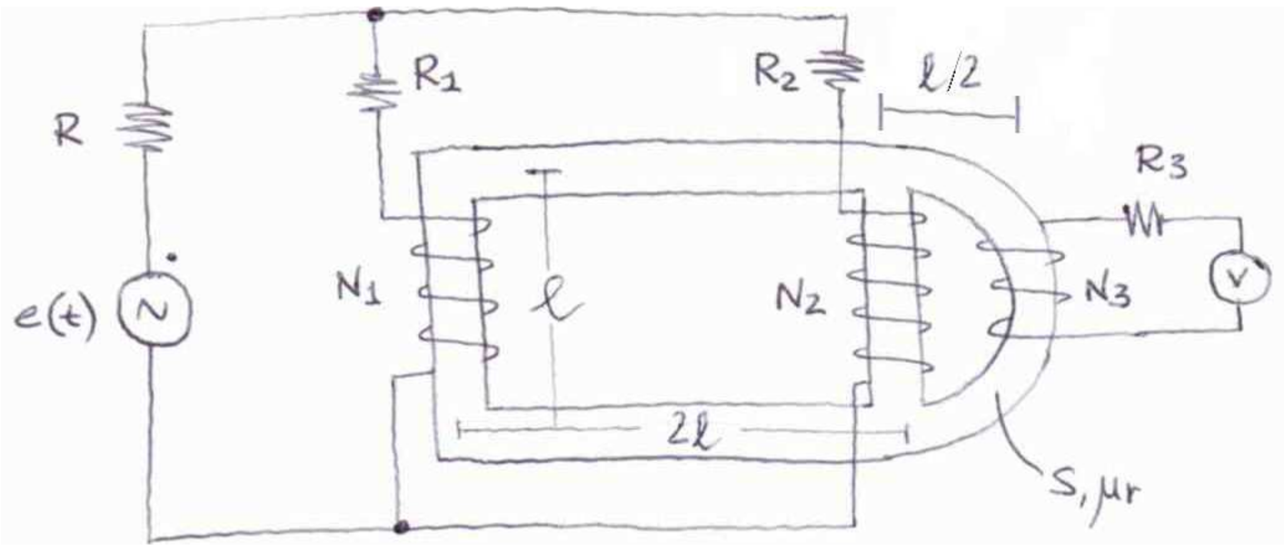
$E_1 = 10V$; $E_2 = 5V$; $E_3 = 7V$; $R_1 = R_2 = 2\Omega$; $R_3 = 3\Omega$; $R_4 = R_5 = 5\Omega$; $\alpha = 3$; $C = 1mF$; $L = 2mH$.



<u>Esercizio 2:</u>

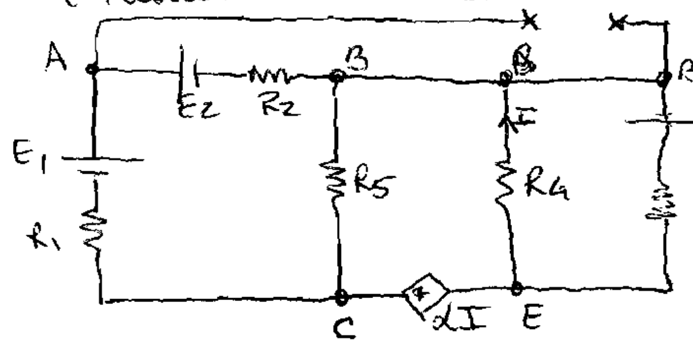
Dato il seguente circuito, determinare il valore della tensione letta dal voltmetro ideale.

$e(t) = 10\sqrt{2}sin\,(2\pi ft)$ V; f = 50Hz; R = 1Ω; $R_1 = R_2 = 2\Omega$; $R_3 = 1\Omega$;
$N_1 = 100$; $N_2 = 50$; $N_3 = 100$; l = 4cm; S = 1cm^2; $\mu_r = 1000$.



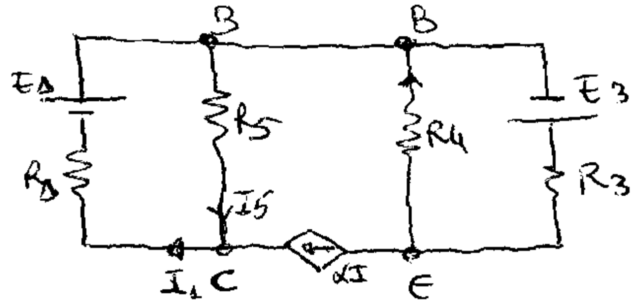
ES. N° 1

Il condensatore in continua si comporta da c.a mentre l'induttore da c.c. Ridisegniamo il circuito:



#1

$E_s = E_1 - E_2 \qquad R_s = R_1 + R_2$

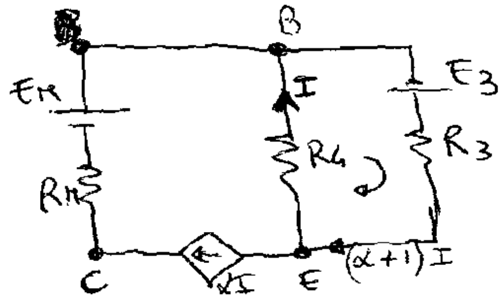


#2

Applico Millmann tra B-C

$$E_M = \frac{E_s / R_s}{\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_5}}$$

$$R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_5}}$$



#3

Scriviamo eq. maglia destra:

$$E_3 = R_4 I + (\alpha+1) I \cdot R_3 \Rightarrow I = \frac{E_3}{R_4 + (\alpha+1) R_3}$$

$$E_{im\,L} = \frac{1}{2} I_L^2 \cdot L$$

Si può subito notare che la $I_L = \alpha I$

$$E_{im\,C} = \frac{1}{2} V_{AB}^2 C$$

Calcoliamoci la V_{AB}.

$$V_{BC} = E_M - \alpha I R_M$$

Dal circ. #2 mi calcolo la I_5:

$$V_{BC} = R_5 I_5 \Rightarrow I_5 = \frac{V_{BC}}{R_5}$$

Legge al nodo C:

$$I_1 = I_5 + \alpha I$$

Dal circuito #1:

$$V_{AB} = E_2 + R_2 I_1$$

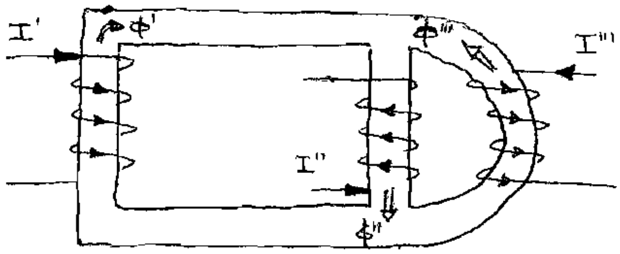
Es. 2

- Il voltmetro ideale ha impedenza infinita per cui non permette il passaggio di corrente nel ramo in cui è inserito.

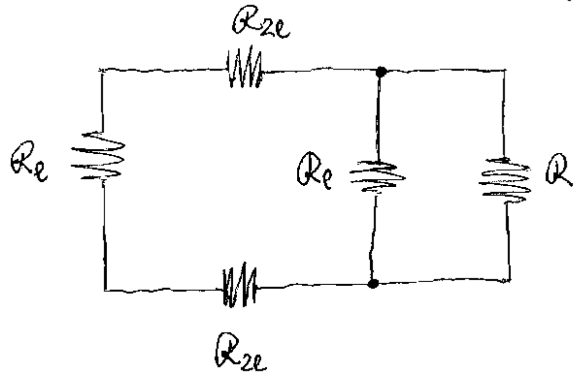
Inoltre, esso legge il valore efficace della tensione ai suoi morsetti.

Per determinare tale tensione, risolviamo prima il nucleo ferromagnetico.

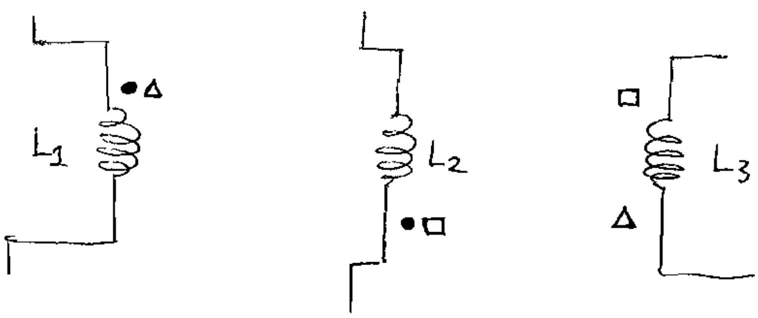
STUDIO DEL NUCLEO PER I VERSI DELLE MUTUE



EQUIVALENTE ELETTRICO PER IL CALCOLO DELLE RILUTTANZE EQUIV.



EQUIVALENTE ELETTRICO



$$\mathcal{R}_\ell = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S} \quad ; \quad \mathcal{R}_{2\ell} = \frac{2\ell}{\mu_0 \mu_r S} \quad ; \quad \mathcal{R} = \frac{\pi \frac{\ell}{2}}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$\mathcal{R}_{eq_1} = (\mathcal{R} // \mathcal{R}_\ell) + \mathcal{R}_\ell + 2\mathcal{R}_{2\ell} \; ; \qquad L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{eq_1}}$$

$$\mathcal{R}_{eq_2} = [\mathcal{R} // (\mathcal{R}_\ell + 2\mathcal{R}_{2\ell})] + \mathcal{R}_\ell \; ; \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{eq_2}}$$

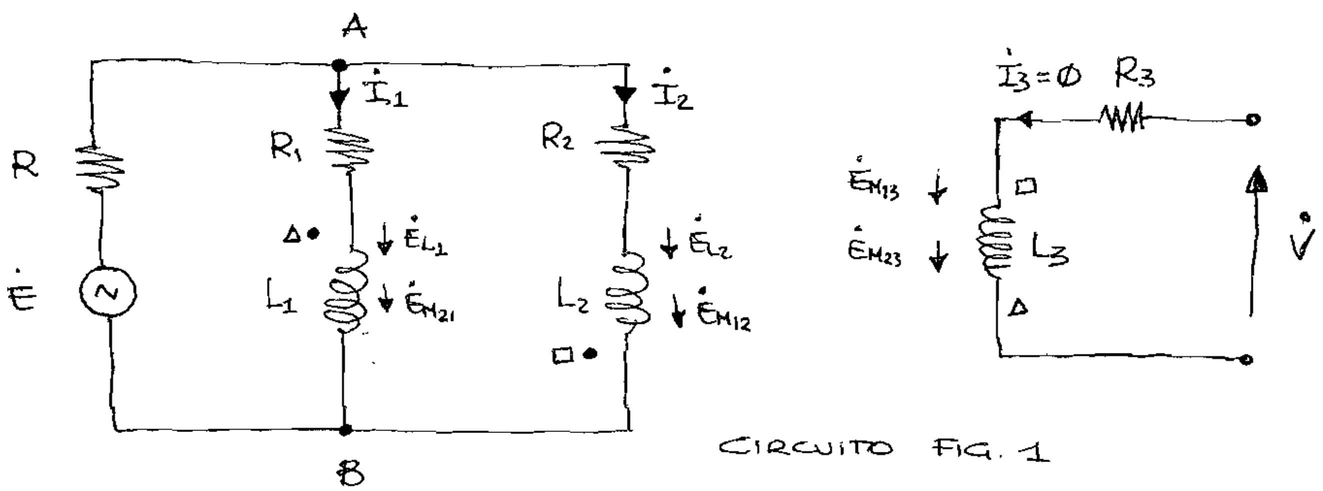
R_{eq3} ed L_3 non ci servono perchè non scorre corrente sulla bobina 3 quindi non c'è autoinduzione.

$$M_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_{eq1}} \cdot \frac{R}{R+R_e}$$

$$M_{13} = \frac{N_1 N_3}{R_{eq1}} \cdot \frac{R_e}{R+R_e}$$

$$M_{23} = \frac{N_2 N_3}{R_{eq2}} \cdot \frac{R_e + 2R_{2e}}{R+R_e+2R_{2e}}$$

Il circuito equivalente a quello assegnato è quindi:



CIRCUITO FIG. 1

$\dot{E} = 10\,V$;

$\dot{E}_{L1} = -j\omega L_1 \dot{I}_1$; $\dot{E}_{M21} = +j\omega M_{21} \dot{I}_2$;

$\dot{E}_{L2} = -j\omega L_2 \dot{I}_2$; $\dot{E}_{M12} = +j\omega M_{12} \dot{I}_1$;

$\dot{E}_{M13} = +j\omega M_{13} \dot{I}_1$; $\dot{E}_{M23} = +j\omega M_{23} \dot{I}_2$.

$$\dot{V} = -\dot{E}_{M13} - \dot{E}_{M23} = -j\omega M_{13} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2$$

Scriviamo quindi le leggi di Ohm generalizzate per V_{AB} passando prima da L_1, poi da L_2:

$$\begin{cases} \dot{V}_{AB} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = R_1 \dot{I}_1 \\ \dot{V}_{AB} + \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = R_2 \dot{I}_2 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} \dot{V}_{AB} = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{21} \dot{I}_2 + R_1 \dot{I}_1 & (\#1) \\ \dot{V}_{AB} = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{12} \dot{I}_1 + R_2 \dot{I}_2 & (\#2) \end{cases}$$

Uguagliamo i due secondi membri:

$$j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{21} \dot{I}_2 + R_1 \dot{I}_1 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{12} \dot{I}_1 + R_2 \dot{I}_2 ;$$

$$(R_1 + j\omega L_1 + j\omega M_{12}) \dot{I}_1 = (R_2 + j\omega L_2 + j\omega M_{21}) \dot{I}_2$$

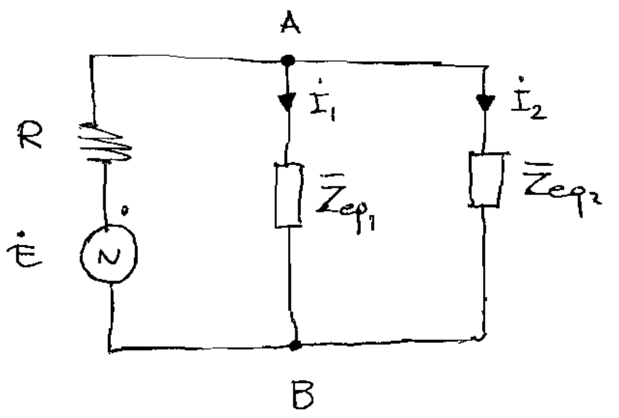
$$\Rightarrow \dot{I}_1 = \frac{R_2 + j\omega L_2 + j\omega M_{21}}{R_1 + j\omega L_1 + j\omega M_{12}} \dot{I}_2 \qquad (\#3)$$

$$\Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{R_1 + j\omega L_1 + j\omega M_{12}}{R_2 + j\omega L_2 + j\omega M_{21}} \dot{I}_1 \qquad (\#4)$$

Sostituendo nella eq. #1 l'eq. #3 possiamo ricavare $\dfrac{\dot{V}_{AB}}{\dot{I}_2} = \bar{Z}_{eq2}$

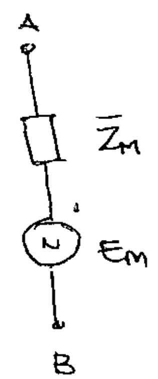
" " " " l'eq. #4 " " $\dfrac{\dot{V}_{AB}}{\dot{I}_1} = \bar{Z}_{eq1}$

$\bar{Z}_{eq1}$ e $\bar{Z}_{eq2}$ sono le impedenze equivalenti ai due rami con L_1 e L_2, per cui possiamo considerare il circuito:



CIRCUITO FIG. 2

Per determinare i valori di $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ possiamo procedere in diversi modi. Per esempio possiamo applicare Millman ai tre rami in parallelo tra A e B ottenendo



$$\dot{E}_M = \frac{\frac{\dot{E}}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{\bar{Z}_{eq_1}} + \frac{1}{\bar{Z}_{eq_2}}}$$

ma $\dot{V}_{AB} = \dot{E}_M$ per cui possiamo facilmente calcolare $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_M}{\bar{Z}_{eq_1}} \quad ; \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_M}{\bar{Z}_{eq_2}} .$$

Sostituendo queste nell'espressione di $\dot{V}$ (ultima riga pag. 3) otteniamo quindi il numero complesso che esprime il fasore $\dot{V}$:

$\dot{V} = A + jB$ Volt

Il voltmetro legge il valore efficace di $\dot{V}$, cioè il modulo del fasore $V = \sqrt{A^2 + B^2}$