COMPITO DI ELETTROTECNICA 24/04/2012

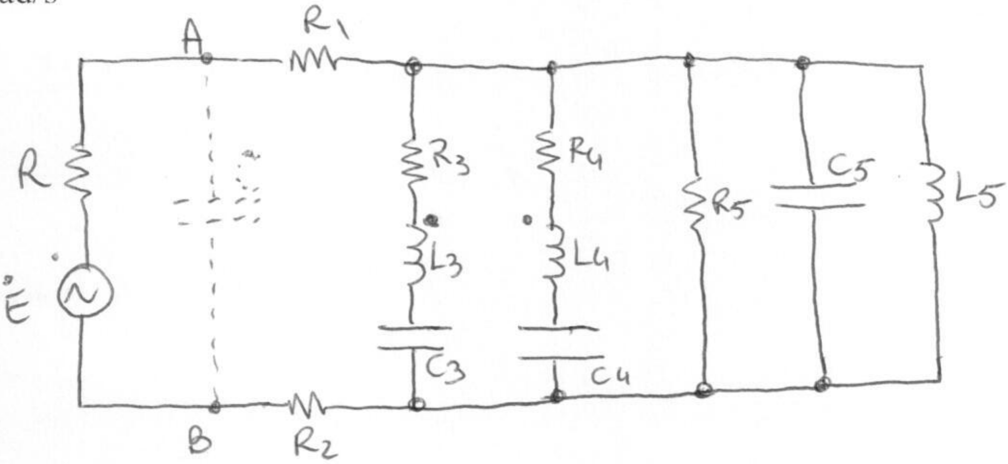
Allievo...**Matricola**......................

Corso di Laurea...

Esercizio 1

Il sistema si trova a regime. Si determini il valore della capacità C, da inserire tra i punti A e B, atta a rifasare totalmente il sistema.

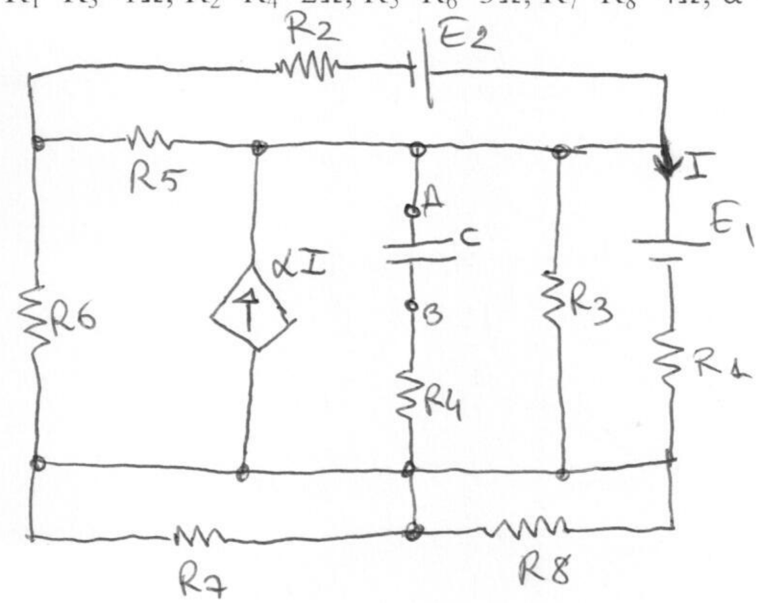
$\dot{E}$=5V; R=2Ω; R_1= 3Ω; R_2=2Ω; R_3=R_4=R_5=4Ω; L_3=L_4=L_5=1mH; C_3=C_4=C_5=1mF; k=0.8; ω=314 rad/s



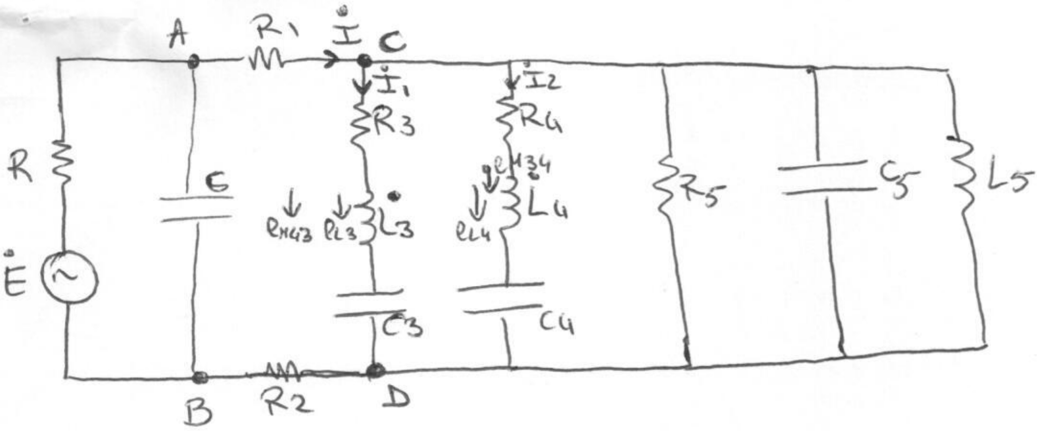
Esercizio 2

Determinare l'espressione temporale della tensione ai capi del condensatore C nel seguente circuito.

E_1=1V; E_2=2V; R_1=R_3=1Ω; R_2=R_4=2Ω; R_5=R_6=3Ω; R_7=R_8=4Ω; α=1; $V_c(0)$=2V; C=1mF.



ESERCIZIO 1



$$\begin{cases} \dot{V}_{CD} + \dot{E}_{L3} + \dot{E}_{M43} = \left(R_3 - \frac{j}{\omega C_3}\right)\dot{I}_1 \\ \dot{V}_{CD} + \dot{E}_{L4} + \dot{E}_{M34} = \left(R_4 - \frac{j}{\omega C_4}\right)\dot{I}_2 \end{cases}$$

dove: $M = M_{34} = M_{43} = K\sqrt{L_1 L_2}$

$$\begin{cases} \dot{V}_{CD} - j\omega L_3 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = \left(R_3 - \frac{j}{\omega C_3}\right)\dot{I}_1 & (1) \\ \dot{V}_{CD} - j\omega L_4 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 = \left(R_4 - \frac{j}{\omega C_4}\right)\dot{I}_2 & (2) \end{cases}$$

$$j\omega L_3 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 + \left(R_3 - \frac{j}{\omega C_3}\right)\dot{I}_1 = j\omega L_4 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 + \left(R_4 - \frac{j}{\omega C_4}\right)\dot{I}_2$$

$$\Rightarrow \left(j\omega L_3 + R_3 - \frac{j}{\omega C_3} - j\omega M\right)\dot{I}_1 = \left(j\omega L_4 - j\omega M + R_4 - \frac{j}{\omega C_4}\right)\dot{I}_2$$

$$\Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{\left(j\omega L_3 + R_3 - \frac{j}{\omega C_3} - j\omega M\right)}{\left(j\omega L_4 - j\omega M + R_4 - \frac{j}{\omega C_4}\right)}\dot{I}_1 \qquad (3)$$

sostituisco la (3) nella (1):

$$\dot{V}_{CD} = j\omega L_3 \dot{I}_1 + j\omega M \left(\frac{j\omega L_3 + R_3 - \frac{j}{\omega C_3} - j\omega M}{j\omega L_4 - j\omega M + R_4 - \frac{j}{\omega C_4}}\right)\dot{I}_1 + \left(R_3 - \frac{j}{\omega C_3}\right)\dot{I}_1$$

$$\frac{\dot{V}_{CD}}{\dot{I}_1} = j\omega L_3 + j\omega M \left(\frac{j\omega L_3 + R_3 - \frac{j}{\omega C_3} - j\omega M}{j\omega L_4 - j\omega M + R_4 - \frac{j}{\omega C_4}}\right) + R_3 - \frac{j}{\omega C_3} =$$

$$= \bar{Z}_{eq1}$$

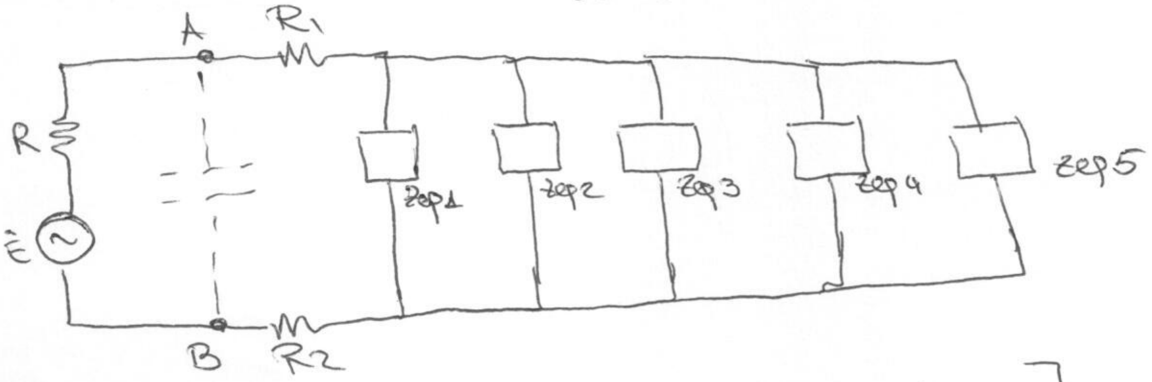
Mi ricavo $\dot{I}_1$ dalla (3) e sostituisco nella (2):

$$\dot{I}_1 = \left(\frac{j\omega L_4 - j\omega M + R_4 - \frac{j}{\omega C_4}}{j\omega L_3 + R_3 - \frac{j}{\omega C_3} - j\omega M}\right)\dot{I}_2$$

$$\dot{V}_{CD} = j\omega L_4 \dot{I}_2 + j\omega M \left(\frac{j\omega L_4 - j\omega M + R_4 - \frac{j}{\omega C_4}}{j\omega L_3 + R_3 - \frac{j}{\omega C_3} - j\omega M} \right) \dot{I}_2 + \left(R_4 - \frac{j}{\omega C_4} \right) \dot{I}_2$$

$$\frac{\dot{V}_{CD}}{\dot{I}_2} = j\omega L_4 + j\omega M \left(\frac{j\omega L_4 - j\omega M + R_4 - \frac{j}{\omega C_4}}{j\omega L_3 + R_3 - \frac{j}{\omega C_3} - j\omega M} \right) + R_4 - \frac{j}{\omega C_4} = \overline{Z}_{eq2}$$

$\overline{Z}_{eq3} = R_5$ $\quad\overline{Z}_{eq4} = -\frac{j}{\omega C_5}$ $\quad\overline{Z}_{eq5} = j\omega L_5$



$$\overline{Z}_{eq} = \left[\overline{Z}_{eq1} \,//\, \overline{Z}_{eq2} \,//\, \overline{Z}_{eq3} \,//\, \overline{Z}_{eq4} \,//\, \overline{Z}_{eq5} \right]$$

$$\overline{Z}_{TOT} = \overline{Z}_{eq} + R_1 + R_2 = \left[R_{TOT} + jX_{TOT} \right]$$

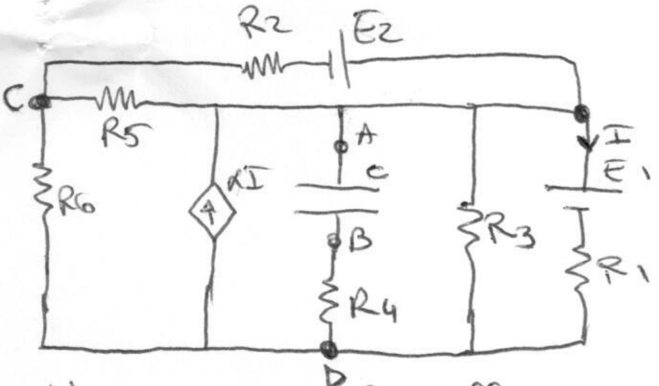
Mi calcolo la pot. complessa ai capi di A e B:

$$\overline{S} = \dot{V}_{AB} \check{I} = P + jQ$$

dove: $\dot{V}_{AB} = \dot{E} - R\dot{I}$

$$C = \frac{Q}{\omega |V_{AB}|^2}$$

ESERCIZIO 3



R7 e R8 sono trascurabili.

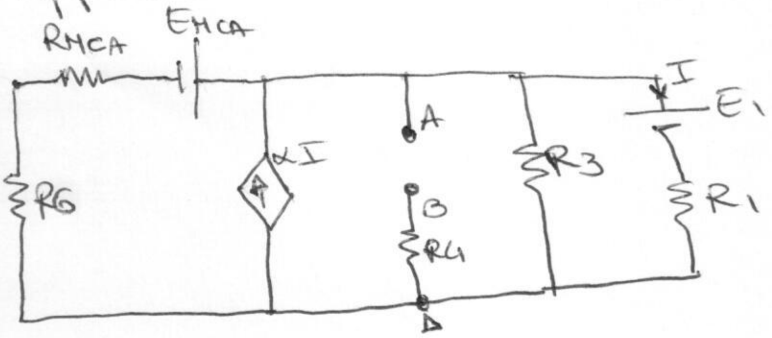
L'espr. temporale della tensione ai capi del condensatore è:

$$V_{AB}(t) = V_{AB}(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + V_{AB}(0)\, e^{-t/\tau}$$

$\tau = R_{eq} \cdot C$

Per determinare la $V_{AB}(\infty)$ e la R_{eq} applico il Teo. Thevenin:

Applico Millmann tra C e A:



$$E_{MCA} = \frac{E_2/R_2}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}} = 1.2\ V$$

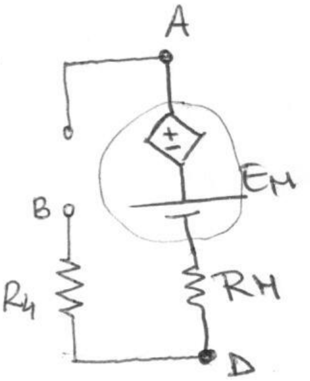
$$R_{MCA} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}} = 1.2\ \Omega$$

$$R_\Delta = R_{MCA} + R_6 = 4.2\ \Omega$$

Applico Millmann tra i 4 rami:

$$E_M = \frac{\frac{E_{MCA}}{R_\Delta} + \alpha I + \frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_\Delta} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1}} = (0.58 + 0.45 I)\ V$$

$$R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_\Delta} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1}} = 0.45\ \Omega$$

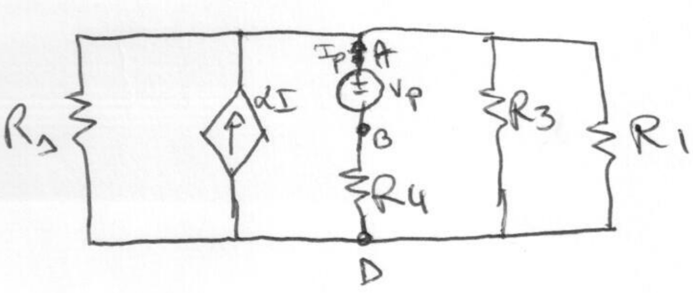


$$\begin{cases} V_{AD} = E_M \\ V_{AB} = E_1 + R_1 I \end{cases} \Rightarrow \quad I = -0.76\ A$$

$V_{AD} = +0.23\ V = V_{AB}$

Per calcolare la R_{eq} inserisco un generatore di prova tra A e B e passivizzo la rete.

$$R_{eq} = \frac{V_p}{I_p}$$



Applico Millmann tra i punti A e D:

$$E_{\pi AD} = \frac{\alpha I + \frac{V_p}{R_4}}{\frac{1}{R_\Delta} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1}} = \frac{I + \frac{V_p}{2}}{\frac{1}{4.2} + \frac{1}{2} + 2} = 0.36 I + 0.18 V_p$$

$$\begin{cases} V_{AD} = E_{\pi AD} \\ V_{AD} = R_\Delta I \\ V_{AD} = V_p - R_4 I_p \end{cases} \Rightarrow 0.36 I + 0.18 V_p = I \Rightarrow I = 0.28 V_p$$

$$0.36 I + 0.18 V_p = V_p - 2 I_p \Rightarrow R_{eq} = \frac{V_p}{I_p} = 2.78\ \Omega$$

$$\tau = 2.78 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$$