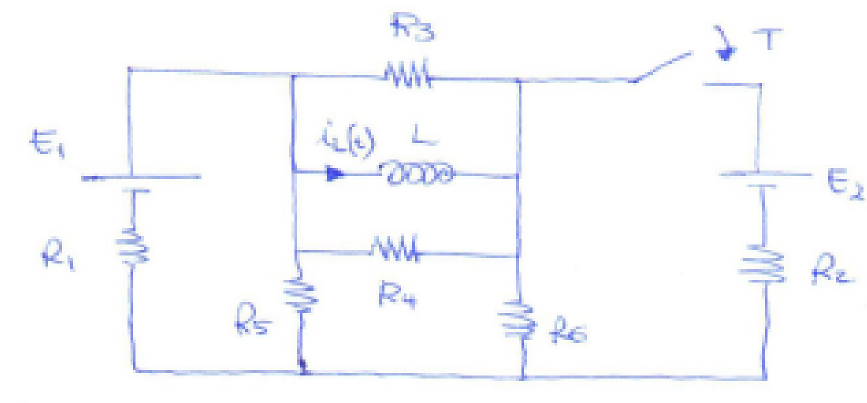
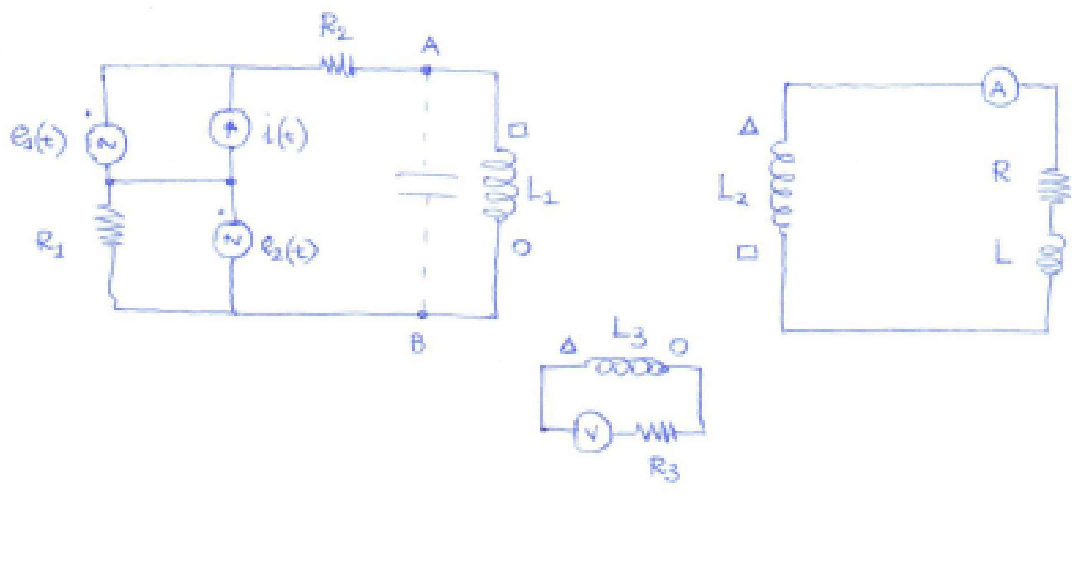
ELETTROTECNICA, COMPITO DEL 10.07.2018

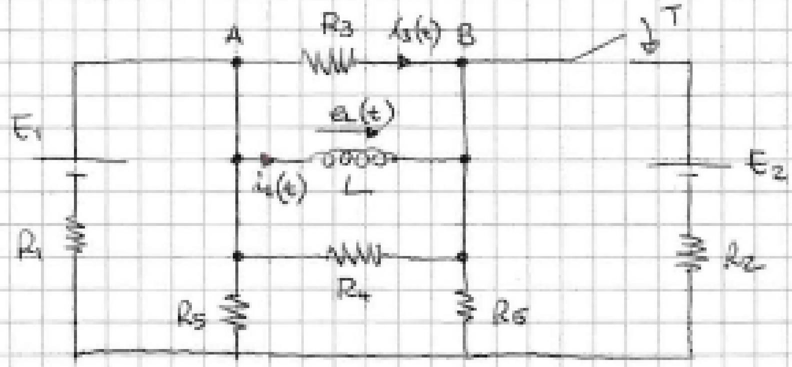
Allievo ________________________________ Matricola _______________

1. Il sistema in figura si trova a regime. All'istante t=0s, il tasto T si chiude. Determinare l'andamento temporale della corrente $i_L(t)$ che scorre nell'induttore L, e come varia nel tempo la potenza dissipata sul resistore R_3.
E_1=6V, E_2=3V, R_1=5Ω, R_2=4Ω, R_3=3Ω, R_4=3Ω, R_5=8Ω, R_6=2Ω, L=100mH.



2. Dato il circuito in figura, determinare i valori misurati dall'amperometro e dal voltmetro, considerati ideali. Quindi calcolare la capacità da inserire tra A e B per rifasare il carico a valle a cosφ=0.95.
$e_1(t)=\sqrt{2}\sin(\omega t)$ V, $e_2(t)=8\sqrt{2}\sin(\omega t+\pi)$ V, $i(t)=\sqrt{2}\cos(\omega t)$ A, R_1=1Ω, R_2=3Ω, R_3=8Ω, R=10Ω, L=100mH, L_1=50mH, L_2=20mH, L_3=120mH, k_{12}=0.8, k_{13}=0.5, k_{23}=0.6, ω=314rad/s.





Dobbiamo calcolare:

1) $i_L(t) = I_{L0}\, e^{-t/\tau} + I_{L\infty}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$

2) andamento nel tempo della potenza dissipata da R_3

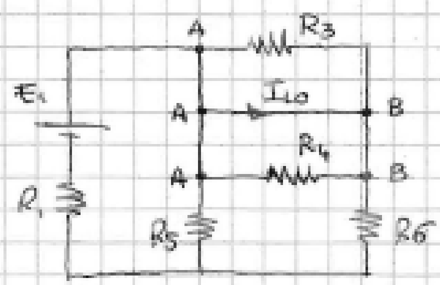
$$p_{R_3}(t) = R_3\, i_3^2(t) = \frac{v_{AB}^2}{R_3} \qquad \left(v_{AB}(t) = R_3\, i_3(t)\right)$$

ma $v_{AB} = -e_L = -\left(-L\frac{di_L}{dt}\right) = L\frac{di_L}{dt} = L\left[I_{L0}e^{-t/\tau}\left(-\frac{1}{\tau}\right) - I_{L\infty}e^{-t/\tau}\left(-\frac{1}{\tau}\right)\right]$

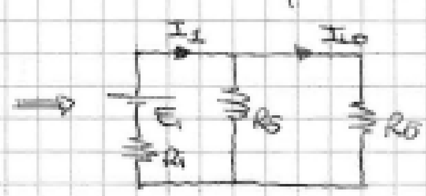
per cui in definitiva: $= R_{eq}\cdot\left(I_{L\infty} - I_{L0}\right)e^{-t/\tau} \quad \left(\tau = \frac{L}{R_{eq}}\right)$

$$p_{R_3}(t) = \frac{R_{eq}^2\left(I_{L\infty} - I_{L0}\right)^2 e^{-2t/\tau}}{R_3}$$

– Calcoliamo I_{L0} (L si comporta da cortocircuito – T è aperto)

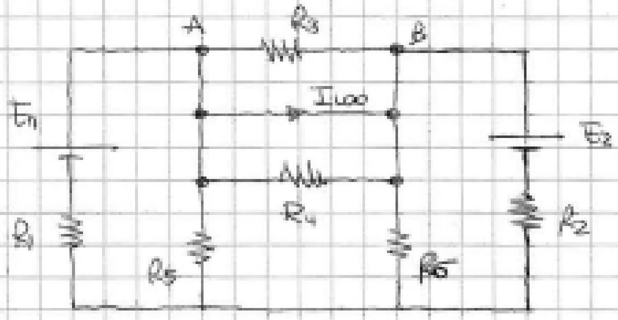


R_3 e R_4 sono in parallelo ad un cto-cto

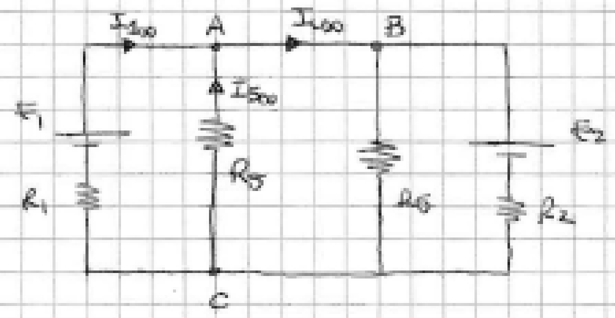


$$I_1 = \frac{E_1}{R + \frac{R_5R_6}{R_5+R_6}} \qquad \text{e} \qquad I_{L0} = I_1\cdot\frac{R_5}{R_5+R_6}$$

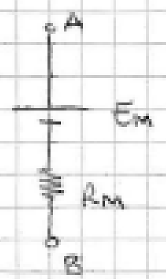
– Calcoliamo I_{L00} (L = c.to - c.to – T chiuso)



R_3 e R_4 sempre in parallelo ad un corto e si possono trascurare.



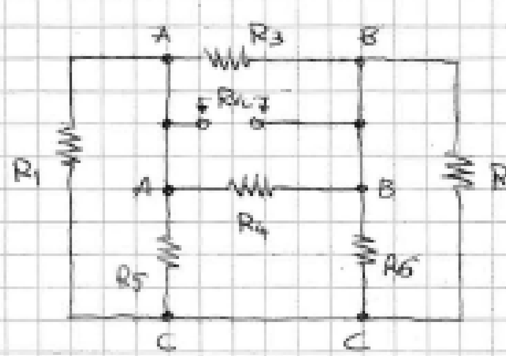
Applico Millman a tutti i rami tra A e B:



$$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_2}} = V_{AC}$$

$$I_{L00} = I_{100} + I_{500} = \frac{E_1 - V_{AC}}{R_1} - \frac{V_{AC}}{R_5}$$

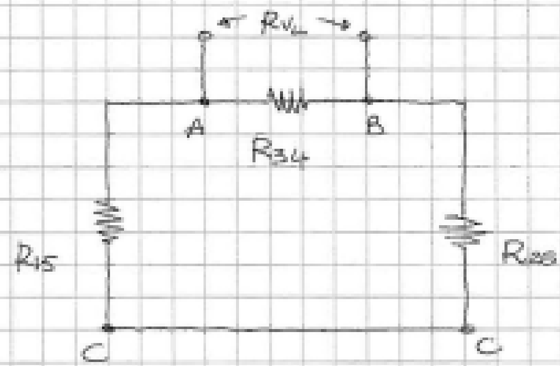
– Calcoliamo R_{V_L} e τ (rete resa passiva, tasto T chiuso)



– R_3 e R_4 sono in // tra A e B

– R_1 e R_5 sono in // tra A e C

– R_2 e R_6 sono in // tra B e C



$$R_{15} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_5}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

$$R_{26} = \frac{R_2 R_6}{R_2 + R_6}$$

$$R_{VL} = \left(R_{15} + R_{26}\right) /\!/ R_{34}$$

$$\tau = \frac{L}{R_{VL}}$$

Quindi possiamo calcolare le due grandezze richieste:

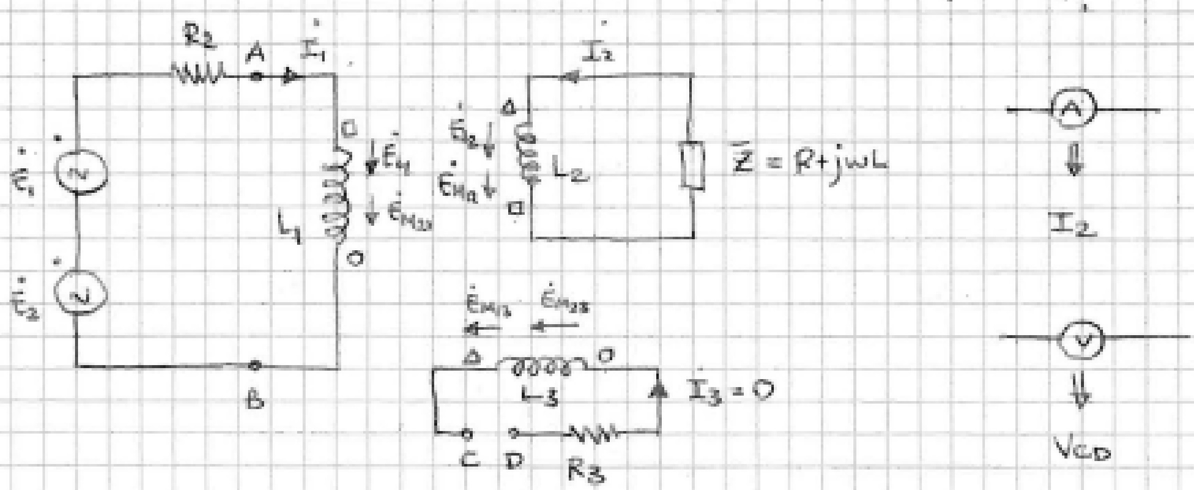
$$i_L(t) = I_{L0}\, e^{-t/\tau} + I_{L\infty}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$p_{R3}(t) = \frac{R_{VL}^2}{R_3}\left(I_{L\infty} - I_{L0}\right)^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

– Il generatore di tensione $e_1(t)$ è ideale e prevale su $i(t)$ che è in parallelo. Per lo stesso motivo $e_2(t)$ prevale su R_1.

Il voltmetro ideale si comporta da circuito aperto.
L'amperometro da corto circuito.

Passiamo al dominio dei fasori: $\dot{E}_1 = 1\,V$, $\dot{E}_2 = -8\,V$.



Su L_3 la corrente è nulla per cui non c'è autoinduzione su L_3 e non c'è mutua dovuta a L_3 su L_1 e L_2: $\dot{E}_{L_3}=0$, $\dot{E}_{M_{31}}=0$, $\dot{E}_{M_{32}}=0$

$\dot{E}_{L_1} = -j\omega L_1 \dot{I}_1$ $\qquad$ $\dot{E}_{L_2} = -j\omega L_2 \dot{I}_2$

$\dot{E}_{M_{21}} = +j\omega M_{21} \dot{I}_2$ $\qquad$ $\dot{E}_{M_{12}} = +j\omega M_{12} \dot{I}_1$ $\qquad$ $\dot{E}_{M_{13}} = +j\omega M_{13} \dot{I}_1$ $\qquad$ $\dot{E}_{M_{23}} = +j\omega M_{23} \dot{I}_2$

$$\begin{cases} \dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_{L_1} + \dot{E}_{M_{21}} = R_2 \dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L_2} + \dot{E}_{M_{12}} = \bar{Z} \cdot \dot{I}_2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dot{E}_1 + \dot{E}_2 - j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{21} \dot{I}_2 = R_2 \dot{I}_1 \\ -j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M_{12} \dot{I}_1 = \bar{Z} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema, ottengo $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$

– Da $\dot{I}_2$ ricavo $|\dot{I}_2|$ che è il valore misurato dall'amperometro

– Inoltre $\dot{V}_{CD} = \dot{E}_{M13} + \dot{E}_{M23} = j\omega M_{13}\dot{I}_1 + j\omega M_{23}\dot{I}_2$

da cui ricavo il valore efficace $V_{CD} = |\dot{V}_{CD}|$ che è l'indicazione del voltmetro.

– Infine : $\dot{V}_{AB} = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 - R_2\dot{I}_1$

$$\overline{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \cdot \check{I}_1 = P + jQ$$

se $Q > 0$ e $\varphi_R = \arccos 0.95 < \arctan \frac{Q}{P}$

allora $C_R = \dfrac{Q - P \tan \varphi_R}{\omega V_{AB}^2}$