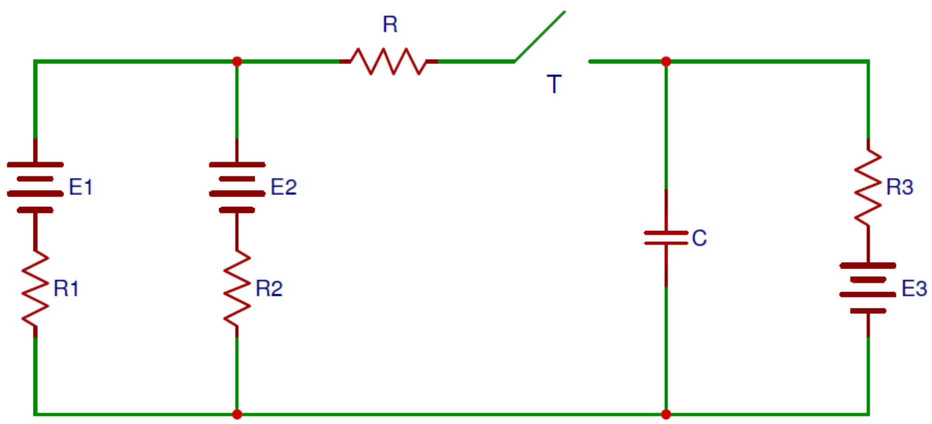
COMPITO ELETTROTECNICA 15-06-2017

Allievo____ Matricola:_______________

Corso di Laurea: ______________________________________

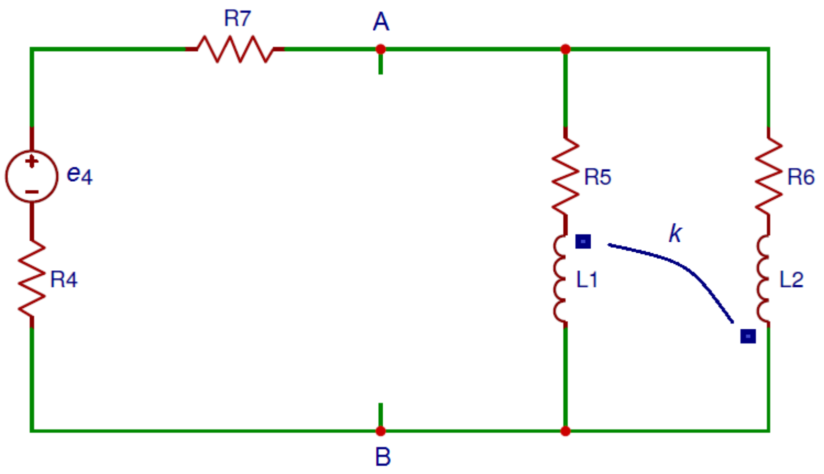
Esercizio 1:
Il circuito rappresentato è a regime. Determinare l'andamento temporale della corrente che scorre nel condensatore dopo la chiusura del tasto T.

$\boldsymbol{E_1 = 5\ \mathrm{V},\ E_2 = 6\ \mathrm{V},\ E_3 = 1\ \mathrm{V},\ R_1 = 1\ \Omega,\ R_2 = 2\ \Omega,\ R_3 = 3\ \Omega,\ R = 2\ \Omega,\ C = 1\ \mu\mathrm{F}.}$



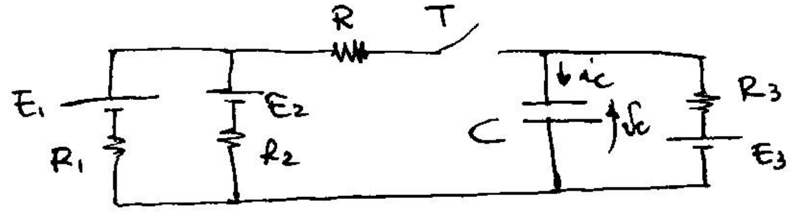
Esercizio 2:
Dato il circuito in figura, determinare la capacità da inserire tra i punti A e B per rifasare il carico a valle a cosϕ=0.95.

$\boldsymbol{e_4(t) = 10\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)\ \mathrm{V},\ \omega = 100\ \mathrm{rad/sec},\ R_4 = 2\ \Omega,\ R_5 = R_6 = 4\ \Omega, R_7 = 1\ \Omega,}$
$\boldsymbol{L_1 = 10\ \mathrm{mH},\ L_2 = 20\ \mathrm{mH},\ k = 0.4.}$



15.06.2017

Esercizio 1

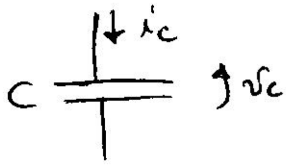


Quando il tasto T si chiude, la tensione ai capi del condensatore varia secondo la legge:

$$v_c(t) = V_0 e^{-t/\tau} + V_\infty (1-e^{-t/\tau})$$

in cui V_0 è la tensione prima della chiusura del tasto, V_∞ è la tensione a regime, τ è la costante di tempo.

Inoltre, il legame tra $i_c(t)$ e $v_c(t)$ è:

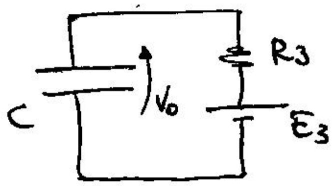


$$i_c(t) = C \frac{dv_c}{dt} = \dots = \frac{C}{\tau}(V_\infty - V_0) e^{-t/\tau}$$

Dobbiamo quindi calcolare V_∞, V_0, τ.

$\longrightarrow$ V_0

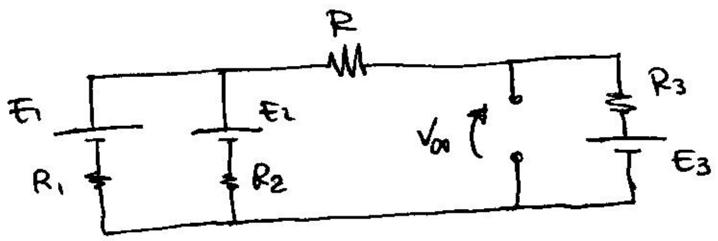
Prima della chiusura del tasto il circuito è:



per cui $\underline{\underline{V_0 = E_3}}$ [C si comporta da c.a. poiché il circuito è a regime come indicato dal testo]

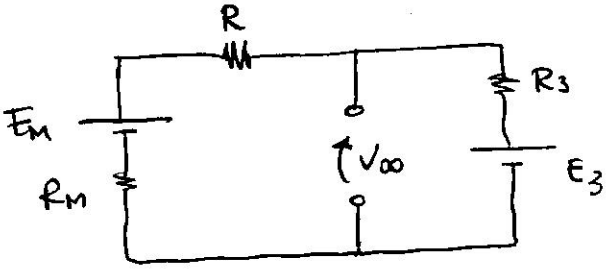
$\longrightarrow$ V_∞

Dopo la chiusura del tasto il circuito diventa:



in cui si è già considerato C come circuito aperto a $t \to \infty$

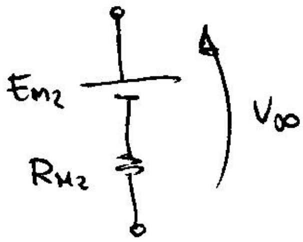
Applichiamo Millman ai due rami E_1-R_1 e E_2-R_2:



$$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

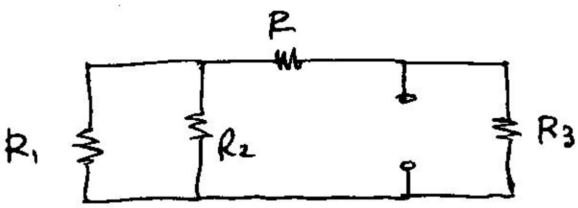
Possiamo applicare Millman nuovamente tra i morsetti del condens.:



$$\underline{\underline{V_\infty =}}\ E_{M2} = \frac{\frac{E_M}{R+R_M} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R+R_M} + \frac{1}{R_3}}$$

$$\longrightarrow \tau = R_{vc} \cdot C$$

La resistenza R_{vc} vista da C si determina passivando la rete:



$$\underline{\underline{R_{vc} = R_3 \,//\, \left[R + R_1 // R_2 \right]}}$$

Abbiamo quindi tutto per scrivere l'andament temporale di $i_c(t)$:

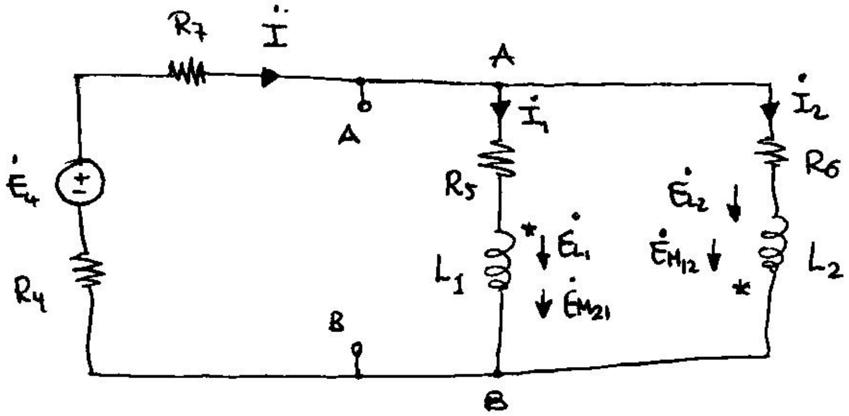
$$i_c(t) = \frac{V_\infty - V_0}{R_{vc}} e^{-t/\tau}$$

15.06.17

Esercizio 2

Risolviamo il circuito nel dominio fasoriale:

$e_4(t) = 10\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \Longrightarrow \dot{E}_4 = 10\cos\frac{\pi}{3} + j\,10\sin\frac{\pi}{3} = 5 + j\,8{,}66 \text{ V}$



$\dot{E}_{L1} = -j\omega L_1 \dot{I}_1$

$\dot{E}_{L2} = -j\omega L_2 \dot{I}_2$

$\dot{E}_{M12} = j\omega M \dot{I}_1$

$\dot{E}_{M21} = j\omega M \dot{I}_2$

$M = k\sqrt{L_1 L_2}$

Per calcolare la capacità di rifasamento dobbiamo determinare la potenza complessa $\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB}\breve{I}$.

Per determinare $\dot{I}$ si possono scrivere le leggi di kirchoff e determinare $\dot{I}$, $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ con un sistema di 3 equazioni a coefficienti complessi.

In alternativa, si possono determinare le impedenze equivalenti ai rami accoppiati R_5-L_1 e R_6-L_2, considerato che sono in parallelo.

Infatti si può scrivere:

$$\begin{cases} \dot{V}_{AB} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = R_5 \dot{I}_1 \\ \dot{V}_{AB} + \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = R_6 \dot{I}_2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dot{V}_{AB} = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 + R_5 \dot{I}_1 & (\#1) \\ \dot{V}_{AB} = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 + R_6 \dot{I}_2 & (\#2) \end{cases}$$

Uguagliando le #1 e #2 si ottiene un legame tra $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$:

$$j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 + R_5 \dot{I}_1 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 + R_6 \dot{I}_2 \ ;$$

$$(j\omega L_1 + R_5 + j\omega M)\,\dot{I}_1 = (j\omega L_2 + R_6 + j\omega M)\,\dot{I}_2 \ ;$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{R_6 + j\omega(L_2+M)}{R_5 + j\omega(L_1+M)} \qquad (\#3)$$

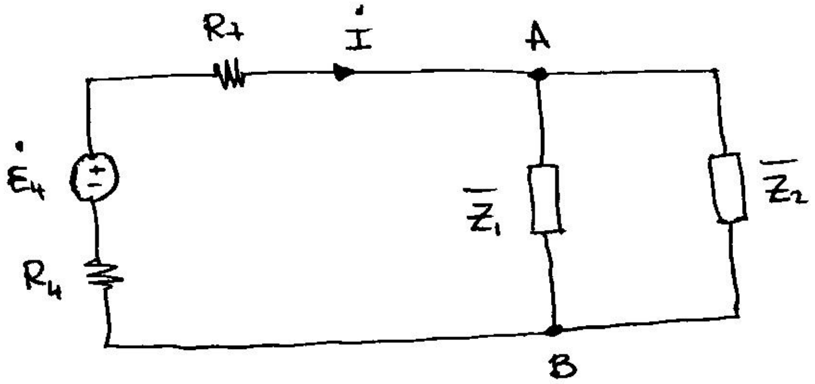
Risultano:

$$\bar{Z}_1 = \frac{\dot{V}_{AB}}{\dot{I}_1} \quad \text{e dalla \#1:} \quad \bar{Z}_1 = R_5 + j\omega L_1 - j\omega M \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \qquad (\#4)$$

$$\bar{Z}_2 = \frac{\dot{V}_{AB}}{\dot{I}_2} \quad \text{e dalla \#2:} \quad \bar{Z}_2 = R_6 + j\omega L_2 - j\omega M \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \qquad (\#5)$$

Sostituendo nella #5 la #3 e nella #4 l'inverso della #3,

si ottengono $\bar{Z}_1$ e $\bar{Z}_2$:



Indico con $\bar{Z}_p = \bar{Z}_1 \,//\, \bar{Z}_2$

$$\left.\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{\dot{E}_4}{R_4 + R_7 + \bar{Z}_p} \\ \dot{V}_{AB} &= \dot{E}_4 - (R_4 + R_7)\,\dot{I} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB}\,\check{I} = P_{AB} + jQ_{AB}$$

Nota la potenza complessa $\bar{S}_{AB}$:

- se $Q_{AB} < 0$ non si deve rifasare

- se $\operatorname{arctg} \frac{Q_{AB}}{P_{AB}} < \arccos 0.95$ non si deve rifasare

altrimenti si può rifasare con una capacità :

$$\boxed{C_R = \frac{Q_{AB} - P_{AB} \operatorname{tg} \phi_R}{\omega V_{AB}^2}}$$

con $\phi_R = \arccos 0.95$.