COMPITO ELETTROTECNICA 06-07-2017

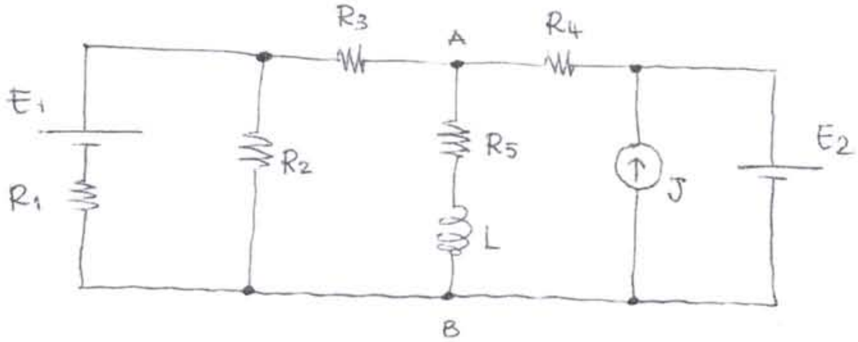
Allievo: ______________________________________ Matricola: ______________

Corso di Laurea: ____________________________

Esercizio 1:

Dato il sistema di figura, determinare l'andamento nel tempo della tensione $v_{AB}(t)$, supponendo che per t=0 s l'energia immagazzinata nell'induttore sia $W_L = 1$ J.
Quali saranno, inoltre, i valori di W_L per t=10 μs e t=100 ms?

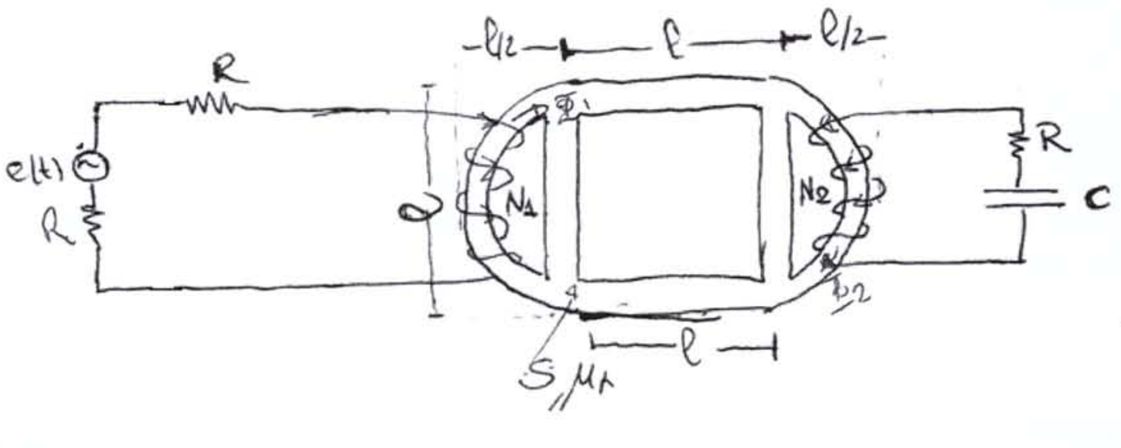
E_1=4 V, E_2=6 V, J=0.3 A, R_1=R_2=2 Ω, R_3=7 Ω, R_4=1 Ω, R_5=4 Ω, L=1 mH.



Esercizio 2:

Il sistema di figura si trova a regime. Determinare la potenza attiva e la potenza reattiva richieste dal carico R-C.

e(t)=$3\sqrt{2}$sen(ωt+π/3) V, R=3 Ω, ω=314 rad/s, C=5 mF, l=6 cm, S=1 cm^2, μ_r=1000, N_1=100, N_2=200.



ES. N°1

L'espr. temporale della corrente ai capi dell'induttore L è:

$$i_L(t) = i_L(0)\, e^{-t/\tau} + i_L(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

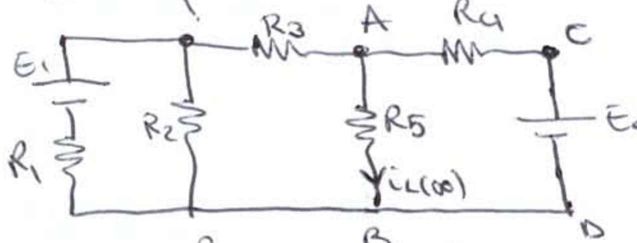
Le nostre incognite sono: $i_L(0)$, $i_L(\infty)$, $\tau = \frac{L}{R_{eq}}$

$i_L(0)$:

$$W_L(t=0) = 1J \Rightarrow W_L = \frac{1}{2} L\, i_L(0)^2 \Rightarrow i_L(0) = \sqrt{\frac{2 W_L}{L}}$$

$i_L(\infty)$:

L'induttore si comporta da c.c. Notiamo la presenza di un gen. di tensione prevalente quindi conosciamo la tensione ai capi di C-D: $V_{CD} = E_2$



#1

Applico Millmann tra i rami $E_1 - R_1$ e R_2:

$$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

#2

Applico Millmann tra i 2 rami esterni:

$$E_M^* = \frac{\frac{E_M}{R_M + R_3} + \frac{E_2}{R_4}}{\frac{1}{R_M + R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

#3

$$R_M^* = \frac{1}{\frac{1}{R_M + R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

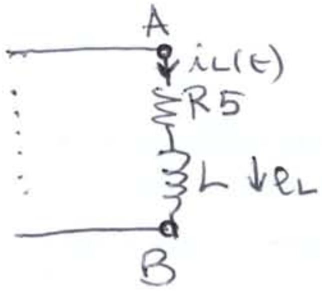
$$i_L(\infty) = \frac{E_M^*}{R_M^* + R_5}$$

$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$: Per calcolare la resistenza equiv. vista ai capi dell'induttore considero #2:

$$R_{eq} = \left[(R_M + R_3) // R_4\right] + R_5 = 4{,}88\ \Omega$$

$$\tau = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4{,}88} = 0{,}20\ ms$$

L'esercizio chiede di calcolare la $v_{AB}(t)$:



Ridisegniamo solo il ramo che ci interessa

$$v_{AB}(t) + e_L = R_5 \, i_L(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{AB}(t) = R_5 \, i_L(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

dove:

$$\frac{di(t)}{dt} = \left(-\frac{1}{\tau}\right) i_L(0)\, e^{-t/\tau} + \left(\frac{1}{\tau}\right) i_L(\infty)\, e^{-t/\tau} =$$

$$= \frac{R_{eq}}{L} e^{-t/\tau} \left(i_L(\infty) - i_L(0)\right)$$

sostituisco nella $v_{AB}(t)$:

$$v_{AB}(t) = R_5 \left[i_L(0)\, e^{-t/\tau} + i_L(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\right] + \cancel{L} \frac{R_{eq}}{\cancel{L}} e^{-t/\tau} \left(i_L(\infty) - i_L(0)\right) =$$

$$= i_L(0)\, e^{-t/\tau} \left[R_5 - R_{eq}\right] + R_5\, i_L(\infty) + i_L(\infty)\, e^{-t/\tau} \left[R_{eq} - R_5\right]$$

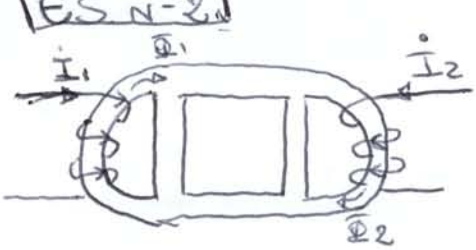
Per calcolare l'energia immag.:

$t = 10 \mu s \Rightarrow i_L(t = 10 \mu s) \Rightarrow W_L(t = 10\mu s) = \frac{1}{2} L \left[i_L(t = 10 \mu s)\right]^2$

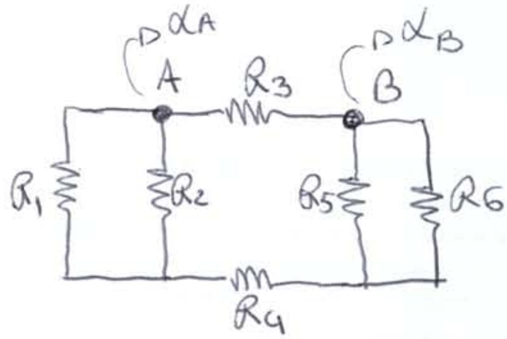
$t = 100\, ms \Rightarrow$ poiché in questo caso $t \gg 5\tau$
per il calcolo della W_L dobbiamo considerare $i_L(\infty)$

$$\Rightarrow W_L(t = 100\, ms) = \frac{1}{2} L\, i_L(\infty)^2$$

ES N° 2



circuito elett. equivalente $\Rightarrow$



$$R_1 = R_6 = \frac{\pi \, l_{12}}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{eq1}} \qquad \text{dove: } R_{eq1} = R_{eq2} = \left\{\left[(R_5 // R_6) + R_3 + R_4\right] // R_2\right\} + R_1$$

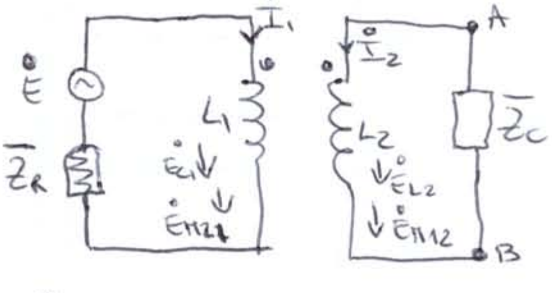
$$L_2 = \frac{N_2^2}{R_{eq2}}$$

Calcoliamoci il coeff. ripartizione flussi $\alpha_{12} = \alpha_{21}$

$$\alpha_{12} = \alpha_A^{*} \cdot \alpha_B$$

$$\alpha_A = \frac{R_2}{R_2 + \left[(R_5 // R_6) + R_3 + R_4\right]} \qquad \alpha_B = \frac{R_5}{R_5 + R_6}$$

$$M_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_{eq2}} \cdot \alpha_{12} = M_{21} \qquad (M_{12} > 0)$$



$$\dot{E} = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + j\,3 \sin\frac{\pi}{3} = 1.5 + j\,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,5 + j\,2,6 \; [V]$$

$$\bar{Z}_R = R + R$$

$$\bar{Z}_C = R - \frac{j}{\omega C}$$

$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = \dot{I}_1 \cdot \bar{Z}_R \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = \dot{I}_2 \, \bar{Z}_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{E} - j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{21} \dot{I}_2 = \dot{I}_1 \bar{Z}_R \\ -j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{12} \cdot \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \bar{Z}_C \end{cases} \Rightarrow \boxed{\dot{I}_2}$$

$$\dot{V}_{AB} = -\dot{I}_2 \, \bar{Z}_C$$

$$\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \cdot \check{I}_2 = \underbrace{P_{AB}}_{\text{pot. attiva sul carico } \bar{Z}_C} + j \underbrace{Q_{AB}}_{\text{pot. reattiva sul carico } \bar{Z}_C}$$