COMPITO DI ELETTROTECNICA 10/09/2014

Allievo…………………………………………………Matricola…………………….

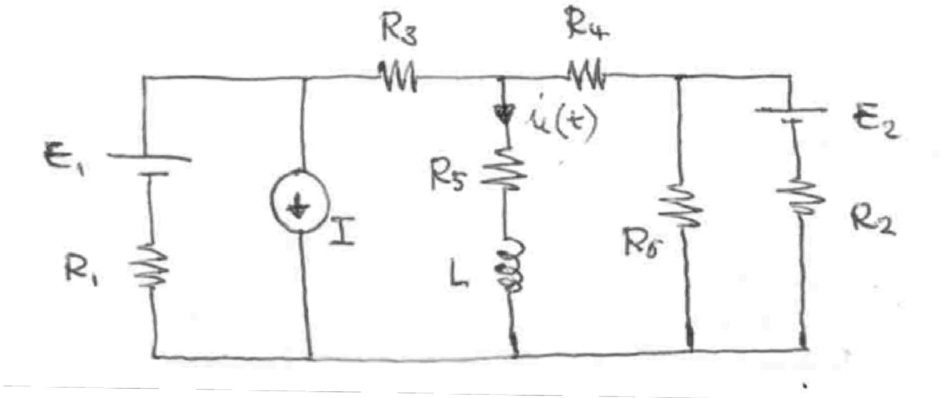
Corso di Laurea …………………………………………………………………….

Esercizio l

Data la rete in figura, determinare l'espressione di i_L(t).

E_1 = 5 V; E_2 = 3 V; I = 2A;

R_1= 1 Ω; R_2= 2 Ω; R_3= 3 Ω; R_4= 4 Ω; R_5= 5 Ω; R_6= 6 Ω; L= 1 mH; i_L(t=0) = 1 A.

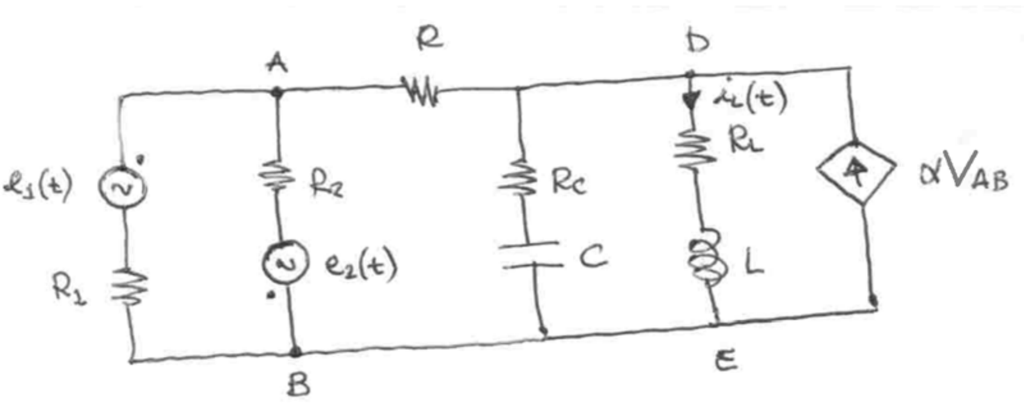


Esercizio 2

Il sistema in figura si trova a regime. Determinare l'andamento temporale di v_{DE}(t) e i_L(t).

$e_1(t) = 5\sqrt{2}$ sen(2πft) V; $e_2(t) = \sqrt{2}$ cos(2πft) V; f = 50 Hz; $\alpha = 2\ \Omega^{-1}$;

$R_1 = R_2$ = 1 Ω; R = 2 Ω; $R_C = R_L$ = 3 Ω; L = 10 mH; C = 1 mF.



Es. 1

L'espressione nel tempo di $i_L(t)$ è

$$i_L(t) = I_L(0)\, e^{-t/\tau} + I_L(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

con $I_L(0) = 1A$ già assegnato

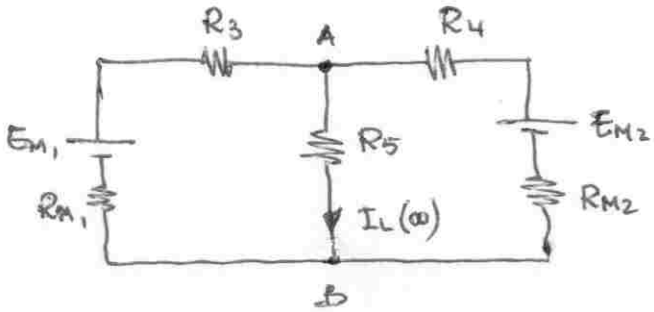
$I_L(\infty)$ corrente che scorre a regime in L

$\tau = \frac{L}{R_V}$ con R_V resistenza vista da L.

- Calcolo di $I_L(\infty)$

A regime L si comporta da c.c.

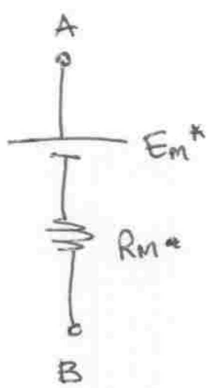
Applico inoltre Millman 2 volte ai rami a destra e a sinistra del circuito:



$$E_{M_1} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - I}{\frac{1}{R_1}} \qquad R_{M_1} = R_1$$

$$E_{M_2} = \frac{E_2/R_2}{1/R_5 + 1/R_2} \qquad R_{M_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2}}$$

Applico Millman a tutti i tre rami:



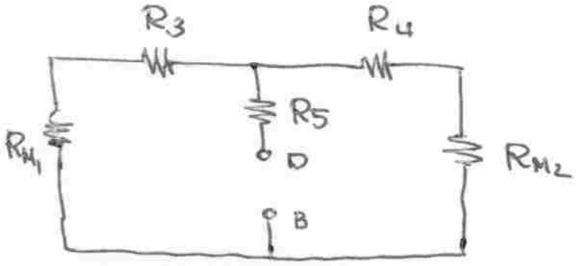
$$E_M^* = \frac{\frac{E_{M_1}}{R_{M_1} + R_3} + \frac{E_{M_2}}{R_{M_2} + R_4}}{\frac{1}{R_{M_1} + R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4 + R_{M_2}}}$$

$$V_{AB} = E_M^*$$

$$I_L(\infty) = \frac{V_{AB}}{R_5}$$

- Calcolo di R_v e τ

Partendo dal primo circuito della pagina precedente, rendo passivi E_{M1} e E_{M2} ottenendo



La resistenza R_v vista da L, cioè dai punti BD è

$$R_v = \left[(R_3 + R_{M1}) // (R_4 + R_{M2}) \right] + R_5$$

da cui calcolo la $\tau = \frac{L}{R_v}$ e quindi ho tutti i valori per l'espressione di $i_L(t)$.

Es. 2

Trasformo subito le grandezze nel dominio del tempo i fasori.

È necessario però che e_1 e e_2 siano entrambi seni o coseni.

Poiché $\cos\alpha = \text{sen}(\alpha + 90°)$, posso scrivere

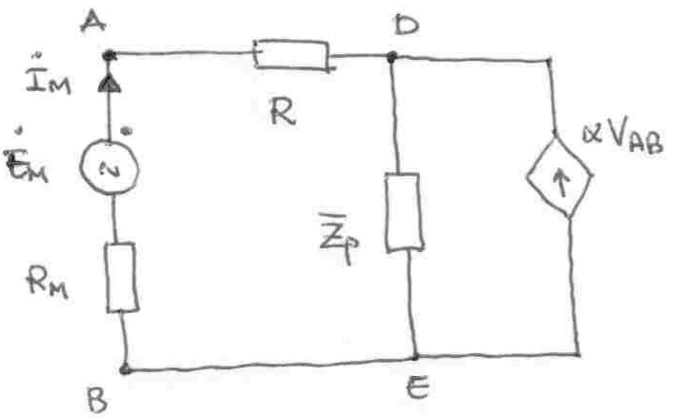
$$e_2(t) = \sqrt{2}\cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\Rightarrow$ $\dot{E}_1 = 5\cdot\cos 0 + j\,5\,\text{sen}\,0 = 5\ V$

$\Rightarrow$ $\dot{E}_2 = 1\cdot\cos\frac{\pi}{2} + j\,1\cdot\text{sen}\frac{\pi}{2} = j1\ V$

Inoltre, calcolo $\bar{Z}_C = R_C - j\frac{1}{\omega C}$ e $\bar{Z}_L = R_L + j\omega L$

Ottengo quindi il circuito:



con $\dot{E}_M = \dfrac{\frac{\dot{E}_1}{R_1} - \frac{\dot{E}_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$

$R_M = R_1 // R_2$

$\bar{Z}_p = \bar{Z}_C // \bar{Z}_L$

Mi interessa calcolare $\dot{V}_{DE}$ da cui potrò determinare $\dot{I}_L = \dfrac{\dot{V}_{DE}}{\bar{Z}_L}$

Dai fasori passerò quindi a $v_{DE}(t)$ e $i_L(t)$

Applico Millman ai tre rami tra D ed E:

$$\dot{E}_M^* = \frac{\frac{E_M}{R_M + R} + \alpha\dot{V}_{AB}}{\frac{1}{R_M + R} + \frac{1}{\bar{Z}_p}}$$

$$\dot{V}_{DE} = \dot{E}_M^* = f(\dot{V}_{AB}) \qquad (1)$$

Se inoltre considero che $\dot{V}_{AB} = \dot{E}_M - R_M \dot{I}_M$ (2)

e $\dot{I}_M = \dfrac{\dot{E}_M - \dot{V}_{DE}}{R_M + R}$ (3)

il sistema tra (1), (2) e (3) nelle tre incognite

$\dot{V}_{DE}$, $\dot{V}_{AB}$ e $\dot{I}_M$ mi permette di determinare

$\dot{V}_{DE}$ da cui calcolo $\dot{I}_L = \dfrac{\dot{V}_{DE}}{\bar{Z}_L}$

Infine:

$$v_{DE}(t) = \sqrt{2} \cdot |\dot{V}_{DE}| \cdot \operatorname{sen}\left[\omega t + \arg(\dot{V}_{DE})\right]$$

$$i_L(t) = \sqrt{2} \cdot |\dot{I}_L| \cdot \operatorname{sen}\left[\omega t + \arg(\dot{I}_L)\right]$$