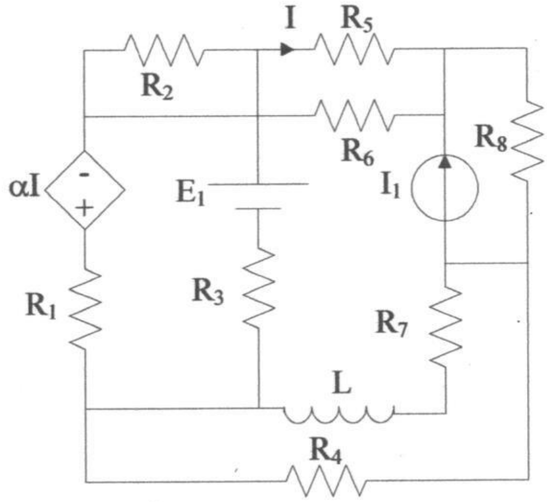
# Elettrotecnica Compito del 12.09.2013

**Allievo..................................................................Matricola..........................**

**Corso di Laurea ..........................................................................................**

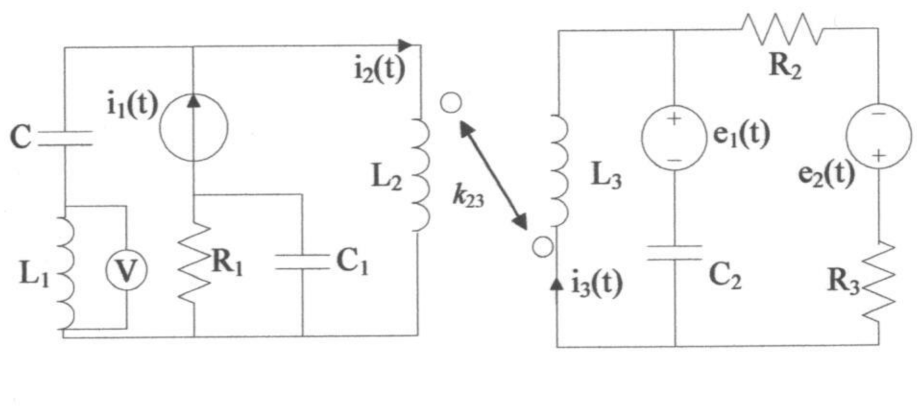
1. Dato il sistema di figura, determinare il valore dell'energia immagazzinata nell'induttore L e la potenza dissipata dal resistore $R_3$.

   $E_1$=5 V, $I_1$=2 A, $R_1$=5 Ω, $R_2$=10 Ω, $R_3$=1 Ω, $R_4$=3 Ω, $R_5$=6 Ω, $R_6$=4 Ω, $R_7$=7 Ω, $R_8$=2 Ω, $L$=100 mH, α=3 Ω.




2. Il sistema di figura si trova a regime. Determinare la tensione misurata dal voltmetro ideale V.

   $e_1(t)=\sqrt{2}\text{sen}(\omega t+\pi/3)$ V, $e_2(t)=5\sqrt{2}\text{sen}(\omega t-\pi/4)$ V, $i_1(t)=3\sqrt{2}\text{sen}(\omega t+\pi/6)$ A, ω=100 rad/s,
   $R_1$=3 Ω, $R_2$=2 Ω, $R_3$=4 Ω, $C$=200 μF, $C_1$=500 μF, $C_2$=300 μF,
   $L_1$=10 mH, $L_2$=100 mH, $L_3$=50 mH, $k_{23}$=0.8.



# Esercizio 1

Il resistore $R_2$ è trascurabile poiché collegato in parallelo col un corto circuito

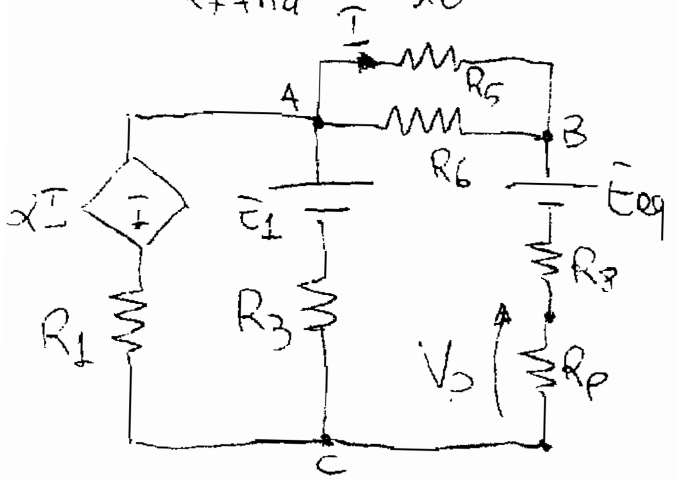
L'induttore $L$ si comporta da corto circuito

Trasformiamo il generatore reale di corrente $I_1$-$R_8$ in un generatore reale di tensione equivalente

$$E_{eq} = I_1 \cdot R_8 = 2 \cdot 2 = 4\,V$$

$R_7$ e $R_4$ sono collegate in parallelo

$$R_P = \frac{R_7 R_4}{R_7 + R_4} = \frac{7 \cdot 3}{10} = 2{,}1\ \Omega$$




$R_5$ e $R_6$ sono collegate in parallelo

$$R_{P_2} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = \frac{6 \cdot 4}{10} = 2{,}4\ \Omega$$

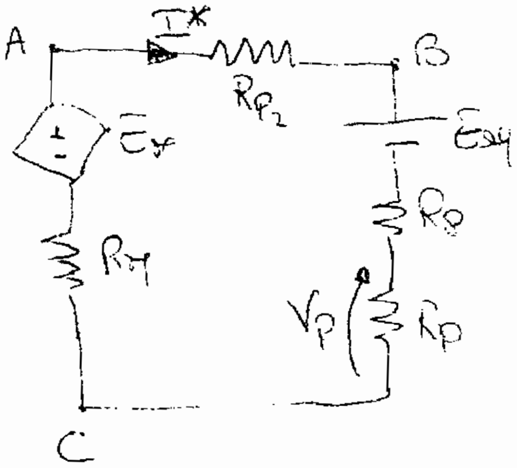
Per non perdere la variabile di controllo $I$, scriviamo:

$$V_{AB} = R_5 I \Rightarrow I = \frac{V_{AB}}{R_5}$$

Applichiamo Millman fra i rami $\alpha I - R_1$ e $E_1 - R_3$

$$E_M = \frac{E_1/R_3 - \frac{\alpha I}{R_1}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1}} = \frac{5/1 - \frac{3I}{5}}{1 + \frac{1}{5}} = 4{,}17 - 0{,}5 I \quad V$$

$$R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{5}} = 0{,}83\ \Omega$$




$$V_{AB} = R_{P_2} I^* = R_5 I$$

Mettiamo a sistema la precedente relazione con l'equazione alla maglia:

$$\begin{cases} E_{eq} - E_M + (R_{P_2} + R_8 + R_P + R_M) I^* = 0 \\ I = \dfrac{R_{P_2} I^*}{R_5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I^* = 0{,}023\ A \\ I = 0{,}009\ A \end{cases}$$

$$V_P = R_P I^* = 2{,}1 \cdot 0{,}023 = 0{,}048\ V$$

Dal circuito iniziale. $V_P = R_7 I_L \Rightarrow I_L = \dfrac{V_P}{R_7} = \dfrac{0{,}048}{7} = 0{,}007\ A$

L'energia immagazzinata nell'induttore L è: $W_L = \frac{1}{2} L I_L^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}007^2 = 2{,}45\ \mu J$

Dall'ultima maglia

$$V_{AC} = E_{TH} - R_{TH} I^* = 4,166 - 0,83 \cdot 0,023 = 4,15 \text{ V}$$

Dal circuito iniziale:

$$V_{AC} = E_1 + R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{V_{AC} - E_1}{R_3} = \frac{4,15 - 5}{1} = -0,85 \text{ A}$$

La potenza dissipata da $R_3$: $P_{R_3} = R_3 I_3^2 = 1 \cdot (-0,85)^2 = 0,72$ W

Esercizio 2

$$\dot{E}_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + j\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right] = 0{,}5 + j0{,}87 \text{ V}$$

$$\dot{E}_2 = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right] = 3{,}54 - j3{,}54 \text{ V}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + j\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right] = 2{,}60 + j1{,}5 \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{R_1} = R_1 = 3\ \Omega \qquad \bar{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{100 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = -j50\ \Omega$$

$$\bar{Z}_{R_2} = R_2 = 2\ \Omega \qquad \bar{Z}_{C_1} = -\frac{j}{\omega C_1} = -\frac{j}{100 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = -j20\ \Omega$$

$$\bar{Z}_{R_3} = R_3 = 4\ \Omega \qquad \bar{Z}_{C_2} = -\frac{j}{\omega C_2} = -\frac{j}{100 \cdot 300 \cdot 10^{-6}} = -j33{,}33\ \Omega$$

$$\bar{Z}_{L_1} = j\omega L_1 = j \cdot 100 \cdot 10^{-2} = j1\ \Omega$$

Le impedenze $\bar{Z}_{R_1}$ e $\bar{Z}_{C_1}$ sono trascurabili ai fini della corrente perché collegate in serie ad un generatore di corrente.

$$\bar{Z}_S = \bar{Z}_{R_2} + \bar{Z}_{R_3} = 2 + 4 = 6\ \Omega$$

Applichiamo il teorema di Millman tra i rami $\dot{I}_1$ e $\bar{Z}_{L_1} - \bar{Z}_C$.

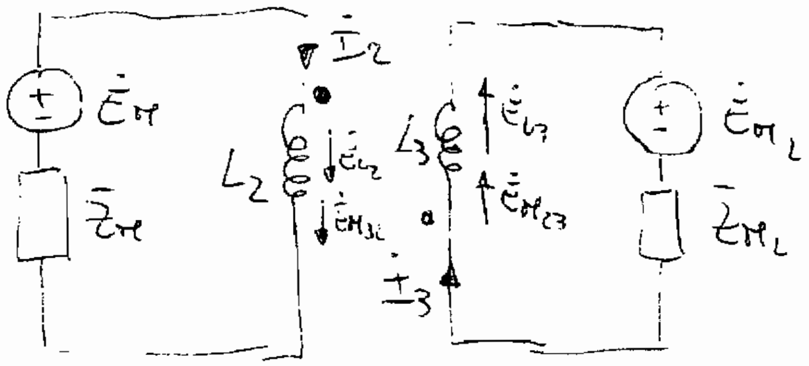
$$\dot{E}_M = \dot{I}_1 \cdot (\bar{Z}_{L_1} + \bar{Z}_C) = (2{,}6 + j1{,}5)(j1 - j50) = 73{,}5 - j127{,}3 \text{ V}$$

$$\bar{Z}_M = \bar{Z}_{L_1} + \bar{Z}_C = j1 - j50 = -j49\ \Omega$$

Applichiamo il teorema di Millman tra i rami $\dot{E}_2 - \bar{Z}_S$ e $\dot{E}_1 - \bar{Z}_{C_2}$.

$$\dot{E}_{M_2} = \frac{\dot{E}_1/\bar{Z}_{C_2} - \dot{E}_2/\bar{Z}_S}{\frac{1}{\bar{Z}_{C_2}} + \frac{1}{\bar{Z}_S}} = \frac{\frac{0{,}5 + j0{,}87}{-j33{,}33} - \frac{3{,}54 - j3{,}54}{6}}{\frac{1}{-j33{,}33} + \frac{1}{6}} = -2{,}44 + j4{,}16 \text{ V}$$

$$\bar{Z}_{M_2} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{Z}_{C_2}} + \frac{1}{\bar{Z}_5}} = \frac{1}{\frac{1}{-j33{,}33} + \frac{1}{6}} = 5{,}81 - j1{,}05 \ \Omega$$




$M_{23} = M_{32} = k_{23}\sqrt{L_2 L_3} = 0{,}8\sqrt{100\cdot10^{-3}\cdot 50\cdot10^{-3}} = 56{,}6 \text{ mH}$ positiva

$$\begin{cases} \dot{E}_M + \dot{E}_{L_2} + \dot{E}_{M_{32}} = \bar{Z}_M \dot{I}_2 \\ -\dot{E}_{M_2} + \dot{E}_{L_3} + \dot{E}_{M_{23}} = \bar{Z}_{M_2} \dot{I}_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{E}_M - j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{32} \dot{I}_3 = \bar{Z}_M \dot{I}_2 \\ -\dot{E}_{M_2} - j\omega L_3 \dot{I}_3 - j\omega M_{23} \dot{I}_2 = \bar{Z}_{M_2} \dot{I}_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{I}_2 = 3{,}19 + j1{,}38 \ \text{A} \\ \dot{I}_3 = -0{,}51 - j3{,}47 \ \text{A} \end{cases}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 + \dot{I}_{L1} \Rightarrow \dot{I}_{L1} = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 = 3,19 + j1,38 - 2,59 - j1,5 =$$

$$= 0,60 - j0,12 \text{ A}$$

$$\dot{V}_{L1} = j\omega L_1 \dot{I}_{L1} = j\,100 \cdot 10^{-2} \cdot (0,60 - j0,12) = (0,12 + j0,6) \text{ V}$$

Tensione richiesta $V = \sqrt{0,12^2 + 0,6^2} = 0,61 \text{ V}$