COMPITO DI ELETTROTECNICA 19/07/2012

Allievo...**Matricola**........................

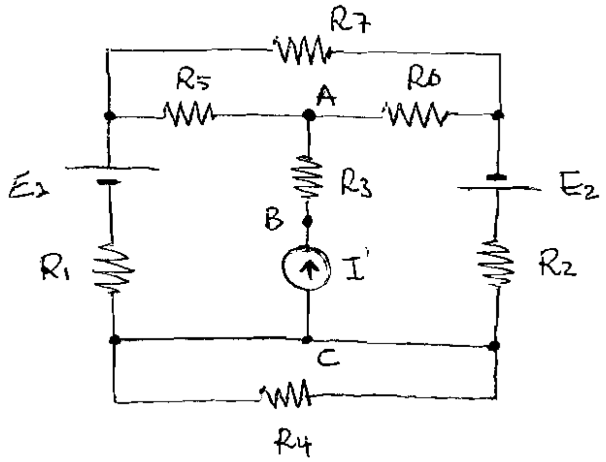
Corso di Laurea ....

Esercizio 1

Il circuito in figura è a regime. Determinare V_{AB} e V_{BC}.

$E_1 = 10$ V; $E_2 = 2$ V; $I' = 4$ A;

$R_1 = 1\ \Omega$; $R_2 = 2\ \Omega$; $R_3 = 3\ \Omega$; $R_4 = 4\ \Omega$; $R_5 = 5\ \Omega$; $R_6 = 6\ \Omega$, $R_7 = 7\ \Omega$.

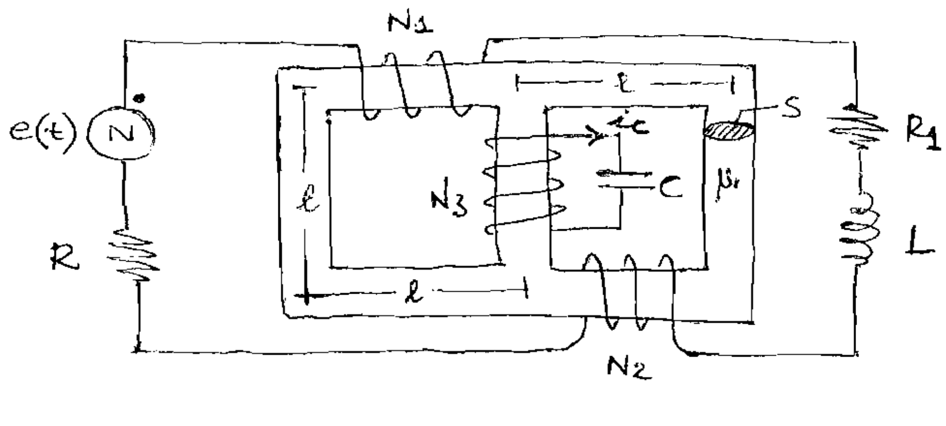


Esercizio 2

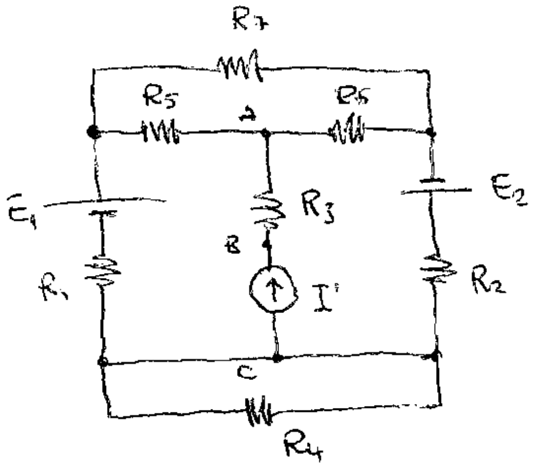
Il sistema in figura si trova a regime. Determinare l'espressione nel tempo della i_c.

$e(t) = 6\sqrt{2}\,\mathrm{sen}(\omega t + \pi/3)$ V; f = 50 Hz; R = 1 Ω; $R_1 = 10\ \Omega$; L = 1 mH; C = 1 mF;

$l = 4$ cm; $S = 1$ cm2; $\mu_r = 800$; $N_1 = 100$; $N_2 = 50$; $N_3 = 150$.



Es. 1



$E_1 = 10V$, $E_2 = 2V$, $I' = 4A$

$R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$

$R_4 = 4\Omega$, $R_5 = 5\Omega$, $R_6 = 6\Omega$

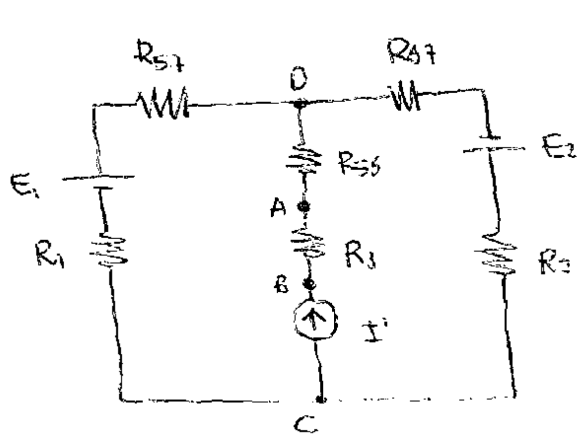
$R_7 = 7\Omega$

$V_{AB} = ?$ $V_{BC} = ?$

Sulla resistenza R_3 scorre I' con il verso in figura per cui si ha subito.

$$V_{AB} = -R_3 I' = -12V$$

Per determinare V_{BC}, semplifichiamo il circuito: trasformiamo il triangolo di resistenze in stella e trascuriamo R_4 che è in parallelo ad un corto circuito



(circuito #2)

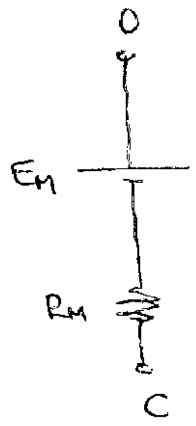
$$R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_S} = \frac{30}{18} = 1{,}67\Omega$$

$$R_{57} = \frac{R_5 R_7}{R_S} = \frac{35}{18} = 1{,}94\Omega$$

$$R_{67} = \frac{R_6 R_7}{R_S} = \frac{42}{18} = 2{,}33\Omega$$

$$R_S = R_5 + R_6 + R_7 = 18\Omega$$

Possiamo quindi applicare Millman ai tre rami in parallelo ottenendo:



$$V_{OC} = E_M = \frac{\dfrac{E_1}{R_1+R_{57}} + I' - \dfrac{E_2}{R_2+R_{57}}}{\dfrac{1}{R_1+R_{57}} + \dfrac{1}{R_2+R_{57}}} = 12{,}15\ V$$

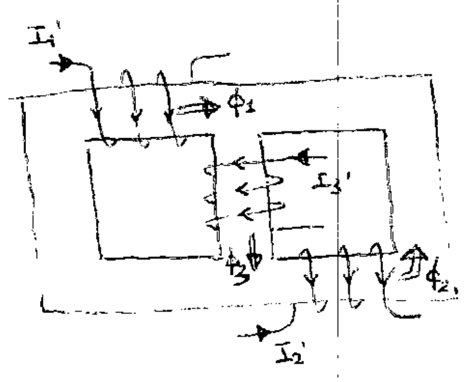
Poiché $V_{OC} = V_{OB} + V_{BC}$ (vedi figura #2), si ha:

$$V_{BC} = V_{OC} - V_{OB} = V_{OC} - \left(-R_3 I' - R_{56} I'\right) = 12{,}15 + 12 + 6{,}68 = 30{,}83\ V$$

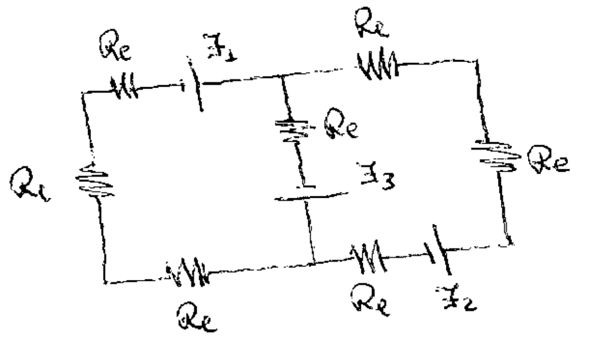
Es. 2

Trasformiamo il nucleo ferromagnetico con gli avvolgimenti nell' equivalente elettrico

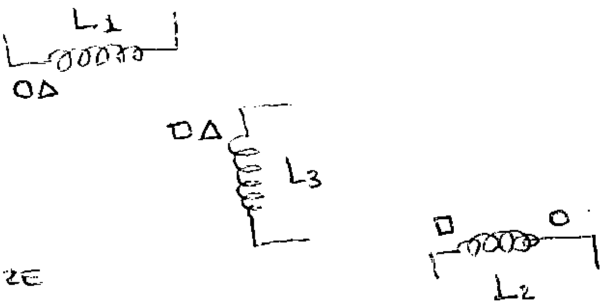
SCHEMA PER DETERMINARE I VERSI DELLE FORZE DI MUTUA



SCHEMA PER DETERMINARE LE RILUTTANZE EQUIVALENTI



EQUIVALENTE ELETTRICO



- CALCOLO DELLE RILUTTANZE

$$\mathcal{R}_e = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = 0{,}4 \cdot 10^6 \ H^{-1}$$

- CALCOLO DELLE RILUTTANZE EQUIVALENTI VISTE DAGLI AVVOLGIMENTI

$$\mathcal{R}_{eq1} = (3\mathcal{R}_e \| \mathcal{R}_e) + 3\mathcal{R}_e = 1{,}4 \cdot 10^6 H^{-1} \qquad \mathcal{R}_{eq2} = \mathcal{R}_{eq1}$$

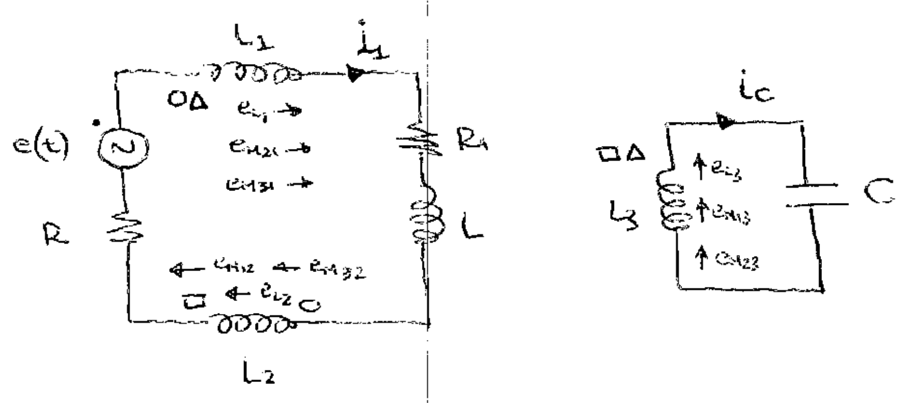
$$\mathcal{R}_{eq} = (3\mathcal{R}_e \| 3\mathcal{R}_e) + \mathcal{R}_e = 1 \cdot 10^6 H^{-1}$$

- CALCOLO DEI COEFFICIENTI DI AUTO-INDUZIONE

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{eq_1}} = 7{,}1\,mH \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{R_{eq_2}} = 1{,}8\,mH$$

$$L_3 = \frac{N_3^2}{R_{eq_3}} = 22{,}5\,mH$$

il circuito equivalente è



- CALCOLO DEI COEFFICIENTI DI MUTUA-INDUZIONE

$$M_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_{eq_1}} \cdot \alpha_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_{eq_1}} \cdot \frac{R_e}{R_e + 3R_e} = 0{,}9\,mH \quad (>0) \qquad M_{21} = M_{12}$$

$$M_{23} = \frac{N_2 N_3}{R_{eq_2}} \cdot \alpha_{23} = \frac{N_2 N_3}{R_{eq_2}} \cdot \frac{R_e}{R_e + 3R_e} = 1{,}3\,mH \quad (>0) \qquad M_{32} = M_{23}$$

$$M_{13} = \frac{N_1 N_3}{R_{eq_1}} \cdot \alpha_{13} = \frac{N_1 N_3}{R_{eq_1}} \cdot \frac{3R_e}{R_e + 3R_e} = 8\,mH \quad (<0) \qquad M_{31} = M_{13}$$

Per il calcolo delle correnti, passiamo al dominio dei fasori

$$\dot{E} = 6 \cos\frac{\pi}{3} + j\,6 \sin\frac{\pi}{3} = 3 + j\,5{,}2\ V$$

Scriviamo le equazioni alle maglie:

$$\begin{cases} \dot E + \dot E_{L1} + \dot E_{M21} + \dot E_{M31} + \dot E_{L2} + \dot E_{M12} + \dot E_{M32} = (R+R_1+j\omega L)\,\dot I_1 \\ \dot E_{L3} + \dot E_{M13} + \dot E_{M23} = -j\dfrac{1}{\omega C}\,\dot I_c \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} \dot E - j\omega L_1 \dot I_1 - j\omega M_{21}\dot I_1 + j\omega M_{31}\dot I_c - j\omega L_2 \dot I_1 - j\omega M_{12}\dot I_1 - j\omega M_{32}\dot I_c = (R+R_1+j\omega L)\,\dot I_1 \\ -j\omega L_3 \dot I_c + j\omega M_{13}\dot I_1 - j\omega M_{23}\dot I_1 = -j\dfrac{1}{\omega C}\,\dot I_c \end{cases}$$

Sostituendo i valori si ottengono $\dot I_1$ e $\dot I_c$. In particolare

$\dot I_c = 0{,}196 + j\,0{,}211$ A.

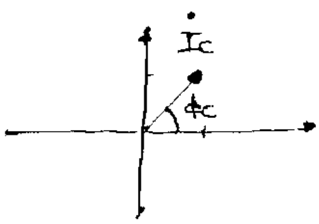
L'espressione nel tempo della corrente $\dot I_c$ è

$i_c(t) = I_{cM} \cdot \text{sen}\,(\omega t + \phi_c)$

con $I_{cM} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{0{,}196^2 + 0{,}211^2} = 0.407$ A

$\omega = 2\pi f = 314$ rad/sec

$\phi_c = \text{arctg}\,\dfrac{0{,}211}{0{,}196} = 0.822$ rad $= 47{,}1°$



quindi:

$i_c(t) = 0{,}407 \cdot \text{sen}\,(\omega t + 0{,}822)$ A.