COMPITO ELETTROTECNICA 06-10-2015

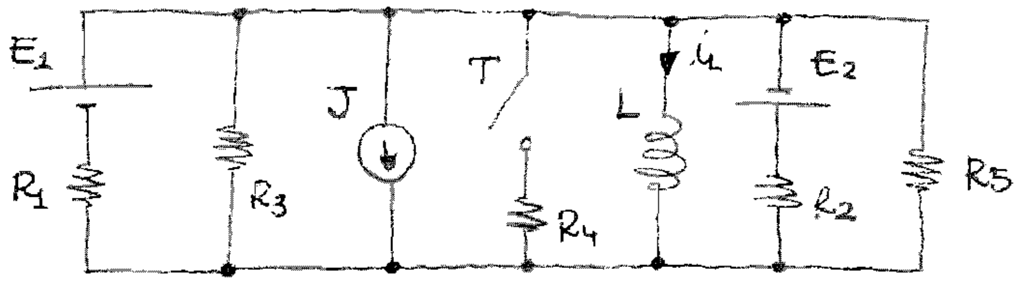
Allievo____ Matricola:_______________

Corso di Laurea: ____

Esercizio 1:

Il circuito in figura è a regime. All'istante t=0 il tasto T si chiude. Determinare l'espressione temporale di $\mathbf{i_L(t)}$.

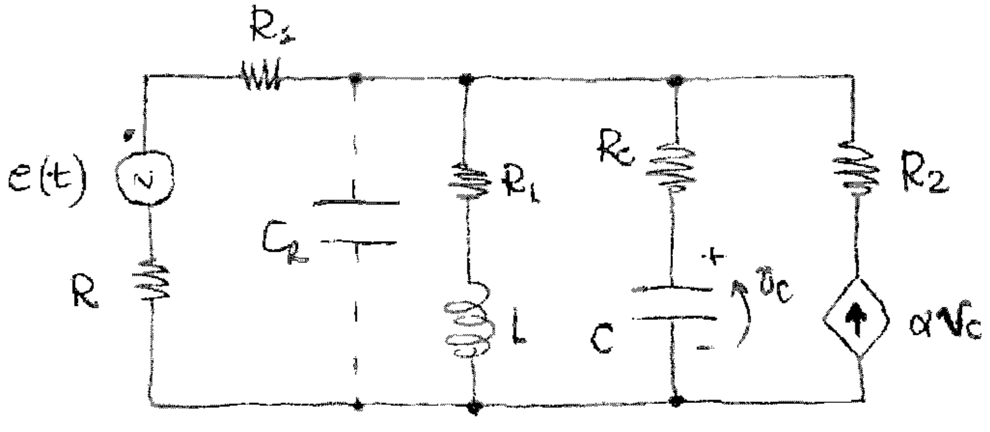
$\mathbf{E_1 = 1V;\ E_2 = 5V;\ R_1 = R_5 = 2\Omega;\ R_2 = 3\Omega;\ R_3 = 5\Omega;\ R_4 = 4\Omega;\ J = 3A;\ L = 5mH}$



Esercizio 2:

Dato il seguente circuito, determinare l'espressione della tensione ai capi del condensatore, $\mathbf{v_c(t)}$, e il valore della capacità $\mathbf{C_R}$ per rifasare totalmente il sistema.

$\mathbf{e(t) = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})V;\ f = 50Hz;\ R = 1\Omega;\ R_1 = 2\Omega;\ R_2 = 3\Omega;\ R_C = 5\Omega;\ R_L = 3\Omega;\ L = 2mH;}$
$\mathbf{C = 1mF;\ \alpha = 2\Omega^{-1}}$



COMPITO 06-10-2015

Esercizio 1

L'andamento temporale della corrente nell'induttore è nella forma

$$i_L(t) = i_L(0)\, e^{-t/\tau} + i_L(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

dove $i_L(0)$ è la corrente in L prima della chiusura del tasto T

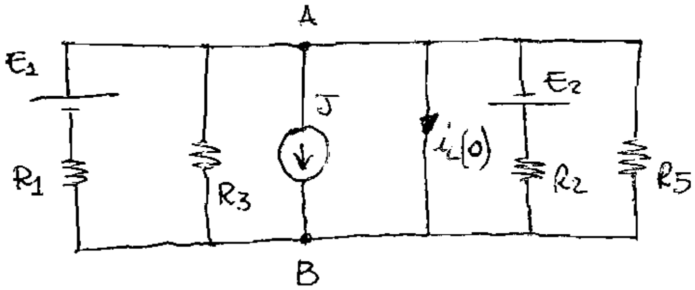
$i_L(\infty)$ è la corrente in L dopo la chiusura di T, a regime

τ è la costante di tempo del transitorio alla chiusura di T

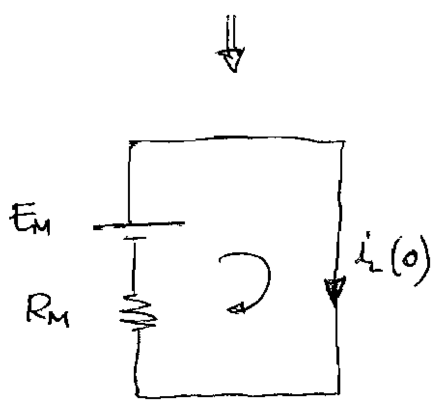
In questo caso, però, la differenza tra i due circuiti con T aperto e T chiuso è una resistenza, R_4, in parallelo a L che a regime si comporta da cortocircuito per cui R_4 sarà trascurabile nel calcolo di $i_L(\infty)$.

In altre parole si può subito capire che $i_L(0) = i_L(\infty)$ per cui non vi è transitorio. La corrente su L resta costante e pari a $i_L(0)$.

Calcoliamo $i_L(0)$. Prima che T si chiude, il circuito è a regime per cui L si comporta da corto circuito



Applico Millman ai 5 rami compresi tra A e B (escludendo il cortocircuito)



$$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1} - J - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}} = -2{,}87\,V$$

$$R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}} = 0{,}69\,\Omega$$

Dall'equazione alla maglia si ottiene

$$i_L(0) = \frac{E_M}{R_M} = -4{,}17\,A.$$

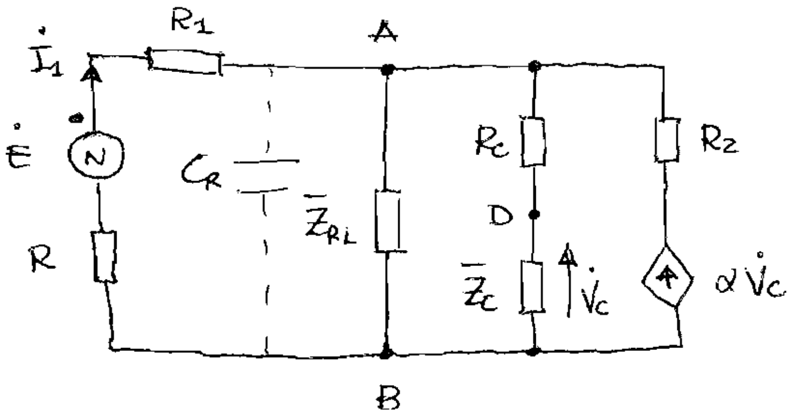
per cui $i_L(t) = i_L(0) = -4{,}17\,A.$

N.B. Se calcoliamo $i_L(\infty)$ includendo la R_4 nel generatore equivalente di Millman otteniamo lo stesso valore $i_L(\infty) = i_L(0) = -4{,}17\,A.$

Quindi $i_L(t) = i_L(0)\,e^{-t/\tau} + i_L(0)\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = i_L(0).$

Esercizio 2

Per determinare $v_C(t)$ e la C_R passiamo al dominio dei fasori:



$\omega = 2\pi f = 314\ rad/sec$

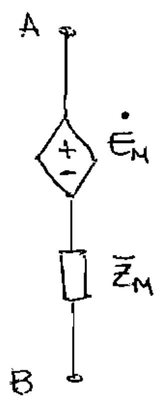
$\dot{E} = 5\cos\frac{\pi}{4} + j5\,sen\frac{\pi}{4} = 3{,}53 + j3{,}53\ V$

$\overline{Z}_{RL} = R_L + j\omega L = 3 + j0{,}628\ \Omega$

$\overline{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j3{,}18\ \Omega$

$\dot{V}_C = \dot{V}_{DB}$

Posso applicare Millman tra A e B ottenendo l'equivalente



con $$\dot{E}_M = \frac{\frac{\dot{E}}{R+R_1} + \alpha\dot{V}_C}{\frac{1}{R+R_1} + \frac{1}{\overline{Z}_{RL}} + \frac{1}{R_C+\overline{Z}_C}} = \dot{V}_{AB}$$

$$\Rightarrow \dot{V}_{AB} = (1{,}52 + j1{,}44) + (2{,}51 - j0{,}07)\dot{V}_C \quad \#1$$

Ma, utilizzando il partitore di tensione:

$$\dot{V}_C = \frac{\overline{Z}_C}{R_C+\overline{Z}_C}\cdot\dot{V}_{AB} = (0{,}29 - j0{,}45)\dot{V}_{AB} \quad \#2$$

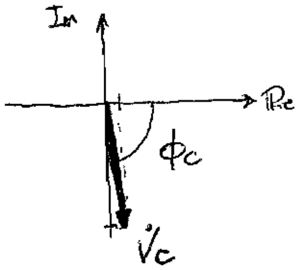
Mettendo a sistema la #1 e la #2 ottengo i valori di

$\dot{V}_{AB} = 1{,}48 - j0{,}92\ V$ e $\dot{V}_C = 0{,}01 - j0{,}94\ V$

L' espressione temporale di $v_C(t)$ è del tipo:

$$v_C(t) = V_{CM} \sin(\omega t + \phi_C)$$

dove $\quad V_{CM} = \sqrt{2} \cdot |\dot{V}_C| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{0{,}01^2 + 0{,}94^2} = 1{,}33 \text{ V}$



$$\phi_C = \operatorname{arctg}\left(\frac{-0{,}94}{0{,}01}\right) = -1{,}56 \text{ rad}$$

$\downarrow$

si potrebbe approssimare a $-\pi$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{v_C(t) = 1{,}33 \cdot \sin(\omega t - 1{,}56) \text{ V}}$$

Per il calcolo di C_R determiniamo la potenza complessa che transita nella sezione A-B: $\quad \bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \breve{I}_1$

Dalla legge di Ohm generalizzata: $\quad \dot{V}_{AB} = \dot{E} - (R + R_1)\dot{I}_1$

per cui $\quad \dot{I}_1 = \dfrac{\dot{E} - \dot{V}_{AB}}{R + R_1} = 0{,}68 + j\,1{,}48 \text{ A}$

$\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \breve{I}_1 = -0{,}352 - j\,2{,}832 \text{ VAC} = P + jQ$

Poiché la potenza reattiva Q è negativa non si deve rifasare.