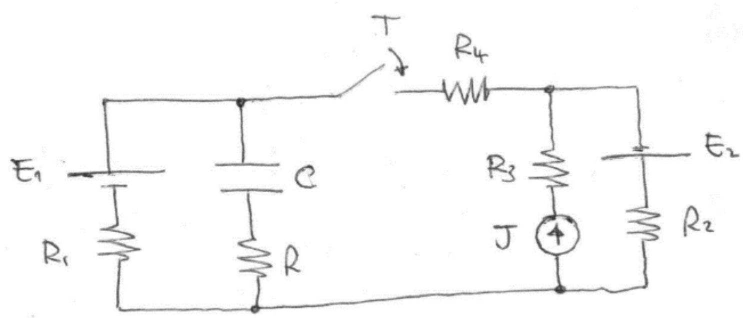
COMPITO DI ELETTROTECNICA 22/11/2018

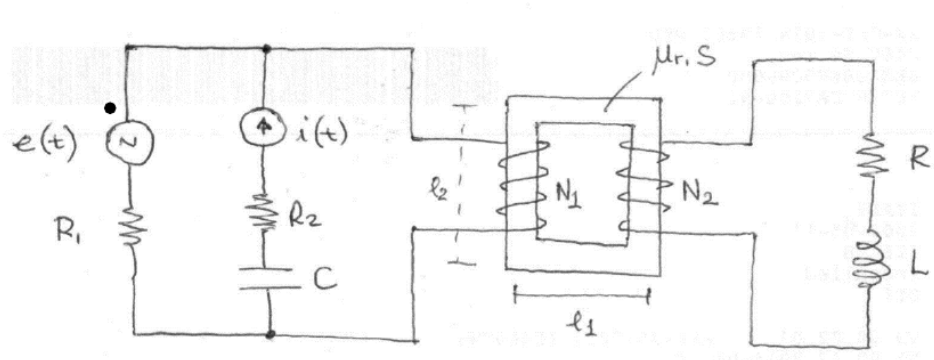
Studente ____ Matricola _________________

Corso di Laurea ____

1. Il circuito in figura si trova in condizioni di regime. All'istante t=0s il tasto T si chiude. Determinare l'andamento temporale della tensione $v_C(t)$ ai capi del condensatore e l'energia immagazzinata in esso dopo 20ms e dopo 100ms dalla chiusura del tasto.
   E_1=10 V, E_2=4 V, J=0.2 A, R_1=1 Ω, R_2=1 Ω, R_3=5 Ω, R_4=2 Ω, R=10 Ω, C=1 mF.



2. Dato il circuito in figura, determinare l'andamento temporale della tensione $v_C(t)$ ai capi del condensatore, della tensione ai capi del carico R-L, e della corrente che scorre su quel carico.
   e(t)=10sen(ωt+π/6) V, i(t)=0.8sen(ωt) A, ω=314rad/sec, R_1=1 Ω, R_2=1 Ω, R=10 Ω, L=0.1 mH, C=2 mF, N_1=100, N_2=200, l_1=2cm, l_2=3cm, S=0.1cm^2, μ_r=1000.

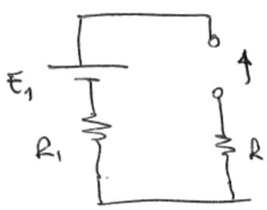


$\boxed{1}$ L'andament nel tempo della tensione ai capi del condensatore è del tipo $v_c(t) = V_{c0}\, e^{-t/\tau} + V_{c\infty}\,(1 - e^{-t/\tau})$

Dobbiamo calcolare V_{c0}, $V_{c\infty}$ e τ.

→ V_{c0} è la tensione ai capi di C prima della chiusura di T

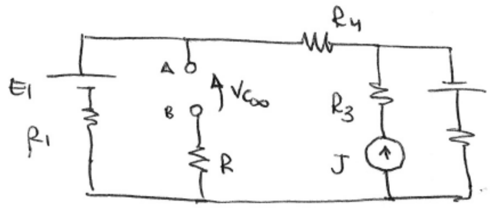
Il circuito è a regime e C si comporta da c. aperto



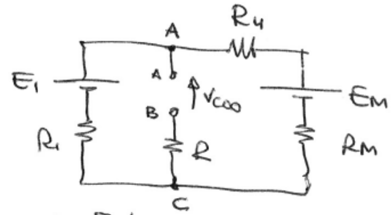
$V_{c0} = E_1 = 10\,V$

→ $V_{c\infty}$ è la tensione ai capi di C alla fine del transitorio dovuto alla commutazione di T.

C si comporterà da circuito aperto : $V_{c\infty} = V_{AB}$



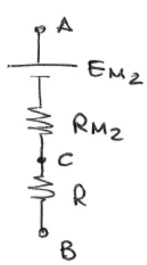
⇒



⇒

$$E_M = \frac{J - E_2/R_2}{1/R_2} \qquad R_M = R_2$$

⇒

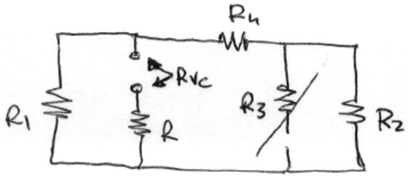


$$E_{M2} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_M}{R_M + R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_M + R_4}}$$

$V_{AB} = E_{M2}$

$V_{c\infty} = E_{M2} = 6{,}55\,V$

→ $\tau = R_{vc} \cdot C$ con R_{vc} la resistenza della rete vista da C resa passiva



$R_{vc} = \left[(R_2 + R_4) /\!/ R_1\right] + R = 10{,}75\,\Omega$

$\tau = R_{vc} \cdot C = 10{,}75\,ms$

Calcolati tutti i valori per ottenere $v_c(t)$ posso esprimerla:

$$v_c(t) = 10\, e^{-t/10{,}75 \cdot 10^{-3}} + 6{,}55 \left(1 - e^{-t/10{,}75 \cdot 10^{-3}}\right) \text{V}$$

Essendo $V_{C\infty} < V_{C0}$ deduco che il condensatore alla fine del transitorio si sarà scaricato rispetto alla condizione iniziale

L'energia immagazzinata è

$$W_c = \frac{1}{2} C\, v_c^2(t)$$

$$v_c(t = 20\text{ms}) = 7.09 \text{ V}$$

$$v_c(t = 100\text{ms}) = V_{C\infty} = 6{,}55$$ poiché $100\text{ms} > 5\tau$

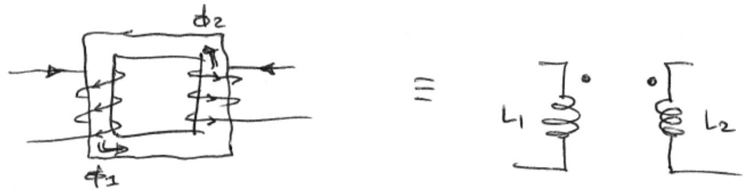
Quindi:

$$W_c(t = 20\text{ms}) = 25{,}1 \text{ mJ}$$

$$W_c(t = 100\text{ms}) = 21{,}5 \text{ mJ}$$

Per confronto, consideriamo che a $t=0$ $W_c(t=0) = \frac{1}{2} C V_0^2 = 50 \text{ mJ}$

$\boxed{2}$ Determiniamo l'equivalente elettrico del nucleo ferromagnetico:



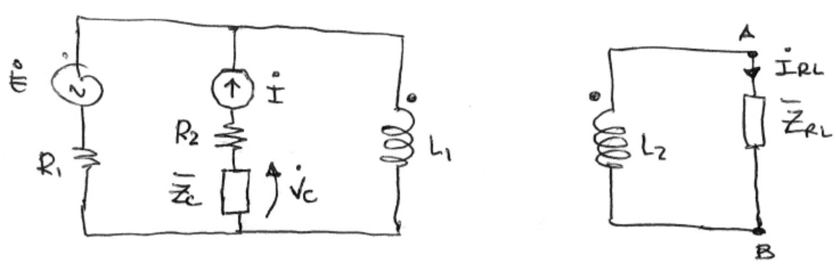
$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{eq_1}}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{eq_2}}$$

ma $\mathcal{R}_{eq_1} = \mathcal{R}_{eq_2} = \dfrac{2l_1 + 2l_2}{\mu_0 \mu_r S}$

Inoltre $M_{12} = M_{21} = \sqrt{L_1 L_2}$

Riportiamo il circuito nel dominio dei fasori



$$\dot{E} = \frac{10}{\sqrt{2}}\cos\frac{\pi}{6} + j\,\frac{10}{\sqrt{2}}\sin\frac{\pi}{6}$$

$$\dot{I} = \frac{0.8}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C}$$

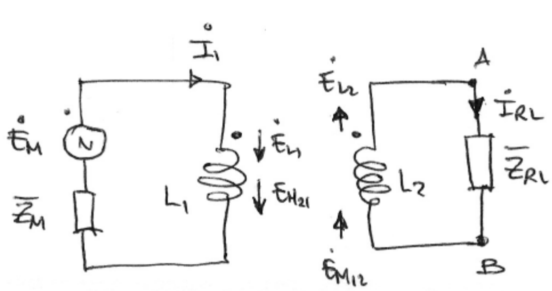
$$\bar{Z}_{RL} = R + j\omega L$$

Noi siamo interessati alla $\dot{V}_C$, $\dot{V}_{AB}$ e $\dot{I}_{RL}$

di cui, in particolare, dovremo calcolare il corrispondente andamento temporale:

$\dot{V}_C = -\bar{Z}_C \cdot \dot{I}$ è immediato poiché C è attraversato da $\dot{I}$

Per il resto semplifichiamo con Millman:



$$\dot{E}_M = \frac{\dfrac{\dot{E}}{R_1} + \dfrac{\dot{I}}{R_2 + \bar{Z}_C}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2 + \bar{Z}_C}}$$

$$\bar{Z}_M = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2 + \bar{Z}_C}}$$

$\dot{E}_{L1} = -j\omega L_1 \dot{I}_1$ $\qquad$ $\dot{E}_{L2} = -j\omega L_2 \dot{I}_{RL}$

$\dot{E}_{M21} = j\omega M_{21} \dot{I}_{RL}$ $\qquad$ $\dot{E}_{M12} = j\omega M_{12} \dot{I}_1$

Scrivo le due equazioni alle maglie:

$$\begin{cases} \dot{E}_M + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = \bar{Z}_M \dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = \bar{Z}_{RL} \cdot \dot{I}_{RL} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \dot{E}_M - j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{21} \dot{I}_{RL} = \bar{Z}_M \dot{I}_1 \\ -j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M_{12} \dot{I}_1 = \bar{Z}_{RL} \dot{I}_{RL} \end{cases}$$

Dal sistema ricavo $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_{RL}$

E da $\dot{I}_{RL}$ ottengo $\dot{V}_{AB} = \bar{Z}_{RL} \cdot \bar{I}_{RL}$

Ottenuti $\dot{V}_C$, $\dot{I}_{RL}$ e $\dot{V}_{AB}$, posso ricavare le grandezze temporali corrispondenti:

$$v_C(t) = \sqrt{2}\,|\dot{V}_C|\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi_{V_C})$$

$$v_{AB}(t) = \sqrt{2}\,|\dot{V}_{AB}|\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi_{V_{AB}})$$

$$i_{RL}(t) = \sqrt{2}\,|\dot{I}_{RL}|\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi_{I_{RL}})$$