COMPITO ELETTROTECNICA 10-10-2013

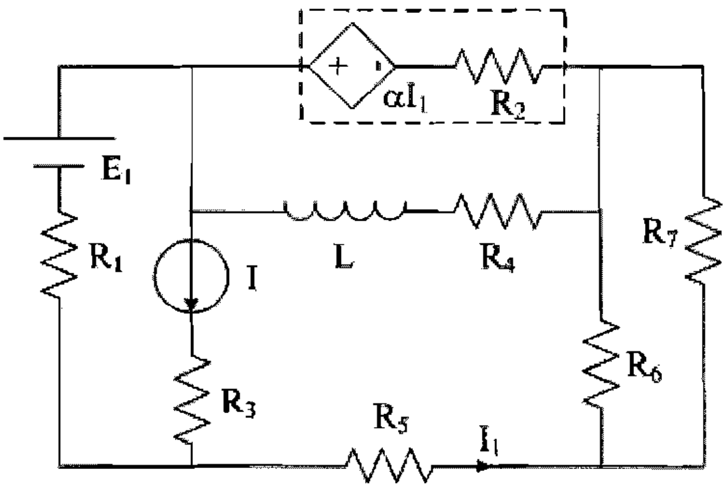
Allievo____ Matricola:________________

Corso di Laurea: ____________________________________

Esercizio 1:

Dato il sistema di figura, determinare il valore dell'energia immagazzinata nell'induttore L e la potenza erogata dal generatore reale dipendente di tensione $\alpha I_1 - R_2$.

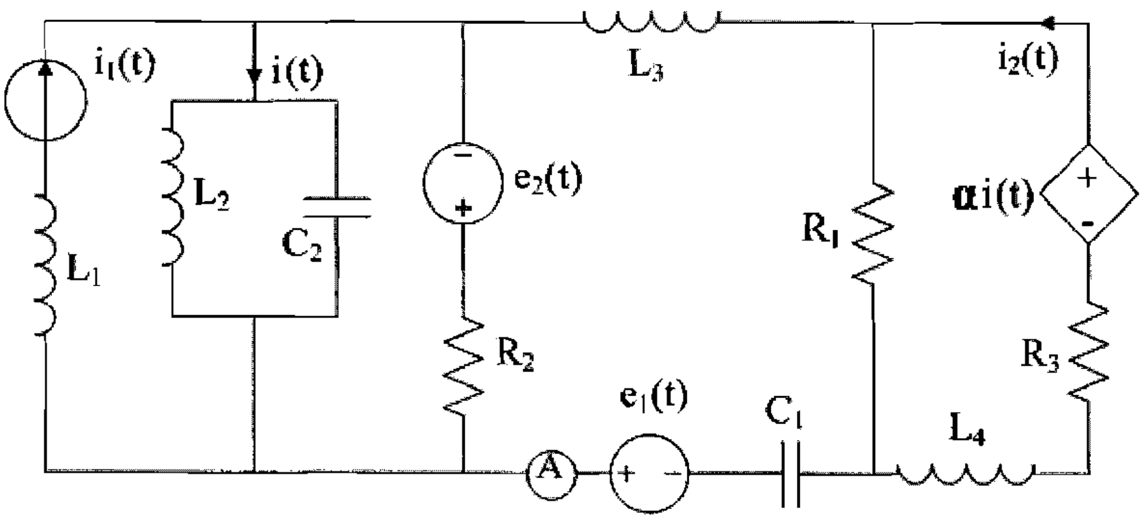
E_1=6 V, I=2 A, R_1=2 Ω, R_2=4 Ω, R_3=7 Ω, R_4=1 Ω, R_5=3 Ω, R_6=5 Ω, R_7=6 Ω, L=10 mH, α=3 Ω.



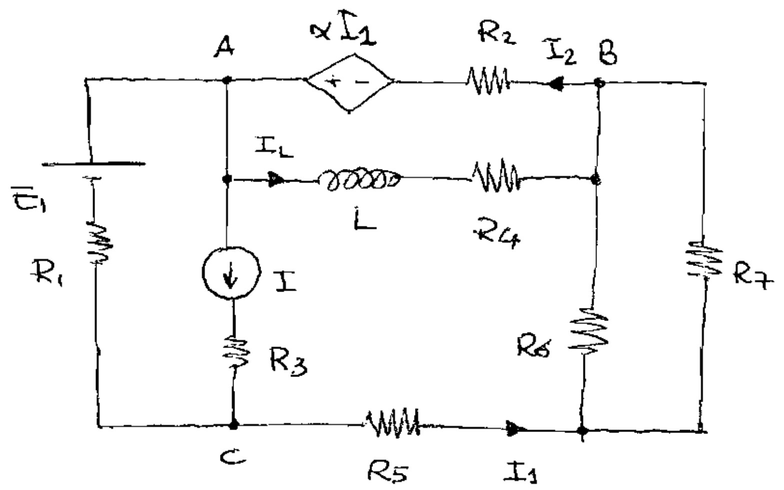
Esercizio 2:

Il sistema di figura si trova a regime. Determinare l'espressione della potenza istantanea relativa al ramo in cui scorre i2(t) e la corrente misurata dall'amperometro ideale A.

$e_1(t)=2\sqrt{2}sen(\omega t+\pi/6)$ V, $e_2(t)=3\sqrt{2}sen(\omega t-\pi/3)$ V, $i_1(t)=4\sqrt{2}sen(\omega t)$ A, R_1=2 Ω, R_2=5 Ω, R_3=4 Ω, L_1=10 mH, L_2=50 mH, L_3=5 mH, L_4=100 mH, C_1=1 mF, C_2=2 mF,α=1 Ω, ω=100 rad/s.



Es 1



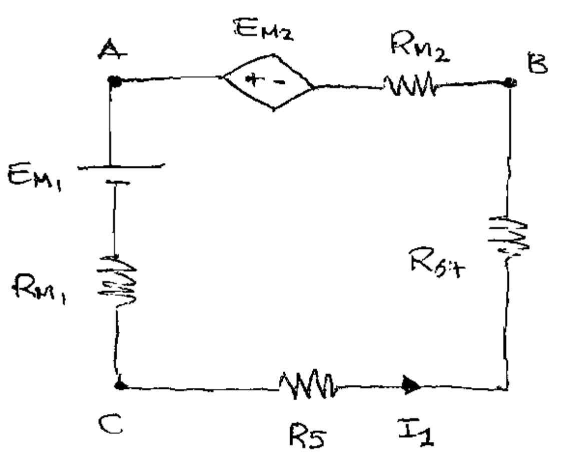
L'energia immagazzinata nell'induttore è $W_L = \frac{1}{2} L I_L^2$

La potenza erogata dal generatore dipendente reale è $P_{er} = V_{AB} \cdot I_2$

Dobbiamo quindi determinare I_L, V_{AB} e I_2.

Semplifichiamo il circuito.

- Poiché siamo a regime L si comporta da corto circuito
- R_5 e R_7 sono in parallelo ; $R_{67} = \frac{R_6 \cdot R_7}{R_6 + R_7}$
- Effettuiamo Millman tra A-C e A-B



$$E_{M1} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - I}{\frac{1}{R_1}} \; ; \quad R_{M1} = R_1 \; ;$$

$$E_{M2} = \frac{\frac{\alpha I_1}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}} \; ; \quad R_{M2} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4}$$

E_{M2} dipende da I_1.

- Applichiamo Kirchoff alla maglia

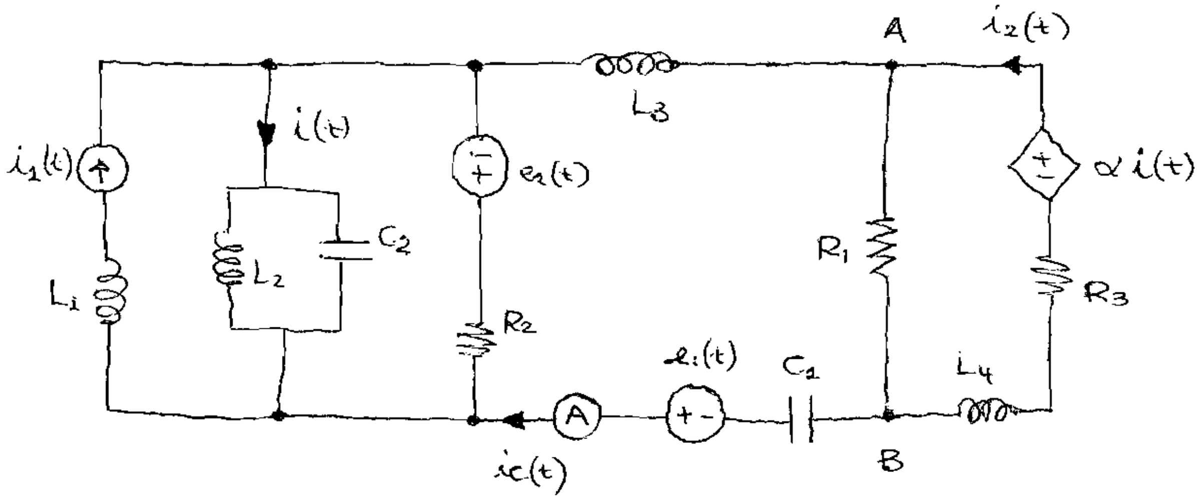
$$E_{M2}(I_1) - E_{M1} = (R_{M1} + R_{M2} + R_{67} + R_5) \cdot I_1$$

Da questa equazione ricaviamo $\underline{I_1}$, per cui possiamo determinare:

$$\left.\begin{aligned} V_{AB} &= E_{M2} - R_{M2} I_1 \\ I_2 &= \frac{\alpha I_1 - V_{AB}}{R_2} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \underline{\underline{P_{er.}}}$$

$$I_L = \frac{V_{AB}}{R_4} \Longrightarrow \underline{\underline{W_L}}$$

Es. 2



La potenza istantanea da determinare è $p = v_{AB}(t) \cdot i_2(t)$

L'amperometro ideale misura il valore efficace I_C della corrente $i_C(t)$.

Passiamo dal dominio temporale ai fasori:

$\dot{I}_1 = 4\,A$, $\dot{E}_1 = 2\cos\frac{\pi}{6} + j2\,sen\frac{\pi}{6}\,V$; $\dot{E}_2 = 3\cos\frac{\pi}{3} - j3\,sen\frac{\pi}{3}\,V$

$\overline{Z}_{L_1} = j\omega L_1$; $\overline{Z}_{L_2} = j\omega L_2$; $\overline{Z}_{L_3} = j\omega L_3$; $\overline{Z}_{L_4} = j\omega L_4$

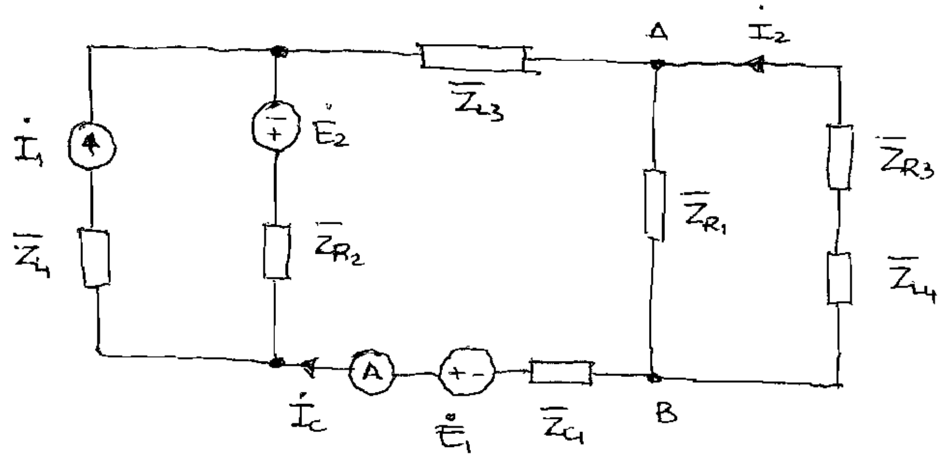
$\overline{Z}_{C_1} = -j\frac{1}{\omega C_1}$; $\overline{Z}_{C_2} = -j\frac{1}{\omega C_2}$; $\overline{Z}_{R_1} = R_1$; $\overline{Z}_{R_2} = R_2$; $\overline{Z}_{R_3} = R_3$.

Notiamo che $\overline{Z}_{L_2}$ e $\overline{Z}_{C_2}$ sono in parallelo ma

$$\overline{Z}_p = \overline{Z}_{L_2} // \overline{Z}_{C_2} = \frac{\overline{Z}_{L_2} \cdot \overline{Z}_{C_2}}{\overline{Z}_{L_2} + \overline{Z}_{C_2}} = \infty$$

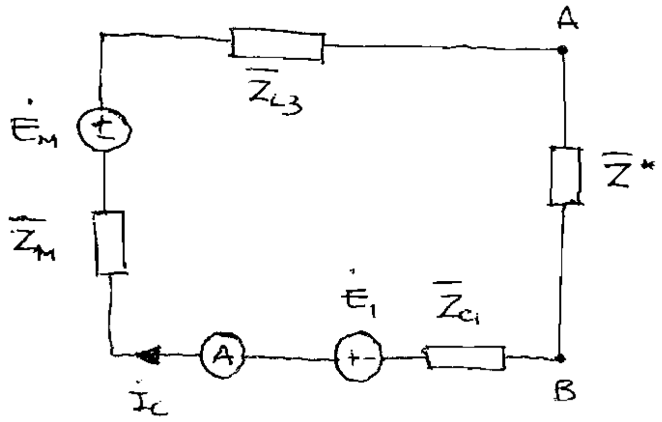
cioè il parallelo è in risonanza alla data pulsazione ω e si comporta da circuito aperto $\Rightarrow \dot{I} = 0 \Rightarrow \alpha\dot{I} = 0$

Abbiamo quindi il circuito equivalente:



Applichiamo Millman ai due rami $\dot{I}_1 - \overline{Z}_{L1}$ e $\dot{E}_2 - \overline{Z}_{R2}$:

$$\dot{E}_M = \frac{\dot{I}_1 - \frac{\dot{E}_2}{\overline{Z}_{R2}}}{\frac{1}{\overline{Z}_{R2}}} \quad ; \qquad \overline{Z}_M = \overline{Z}_{R2}$$



con $\overline{Z}^* = \dfrac{\overline{Z}_{R1} \cdot (\overline{Z}_{R3} + \overline{Z}_{L4})}{\overline{Z}_{R1} + \overline{Z}_{R3} + \overline{Z}_{L4}}$

Dall'equazione alla maglia otteniamo:

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_M + \dot{E}_1}{\overline{Z}_M + \overline{Z}_{C1} + \overline{Z}_{L3} + \overline{Z}^*} = \Re\{\dot{I}_C\} + j\, \Im\{\dot{I}_C\}$$

Il valore efficace letto dall'amperometro è $I_C = |\dot{I}_C| = \sqrt{\Re\{\dot{I}_C\}^2 + \Im\{\dot{I}_C\}^2}$

Inoltre:

$$\dot{V}_{AB} = \overline{Z}^{*} \cdot \dot{I}_C = \mathbb{R}e\{\dot{V}_{AB}\} + j\,\mathbb{I}m\{\dot{V}_{AB}\}$$

e $$\dot{I}_2 = -\frac{\dot{V}_{AB}}{\overline{Z}_{R3} + \overline{Z}_{L4}} = \mathbb{R}e\{\dot{I}_2\} + j\,\mathbb{I}m\{\dot{I}_2\}$$

Dobbiamo quindi trasformare i due fasori nelle grandezze temporali

$$v_{AB}(t) = V_{AB_M} \cdot \mathrm{sen}\,(\omega t + \phi_{\dot{V}_{AB}})$$

con $$V_{AB_M} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\mathbb{R}e\{\dot{V}_{AB}\}^2 + \mathbb{I}m\{\dot{V}_{AB}\}^2}$$

$$\phi_{\dot{V}_{AB}} = \mathrm{arctg}\,\frac{\mathbb{I}m\{\dot{V}_{AB}\}}{\mathbb{R}e\{\dot{V}_{AB}\}}$$

$$i_2(t) = I_{2M} \cdot \mathrm{sen}\,(\omega t + \phi_{I_2})$$

con $$I_{2M} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\mathbb{R}e\{\dot{I}_2\}^2 + \mathbb{I}m\{\dot{I}_2\}^2}$$

$$\phi_{I_2} = \mathrm{arctg}\,\frac{\mathbb{I}m\{\dot{I}_2\}}{\mathbb{R}e\{\dot{I}_2\}}$$

L'espressione della potenza istantanea si ottiene come

$$p = v_{AB}(t) \cdot i_2(t).$$

FINE