COMPITO DI ELETTROTECNICA 10/10/2012

Allievo...**Matricola**.......................

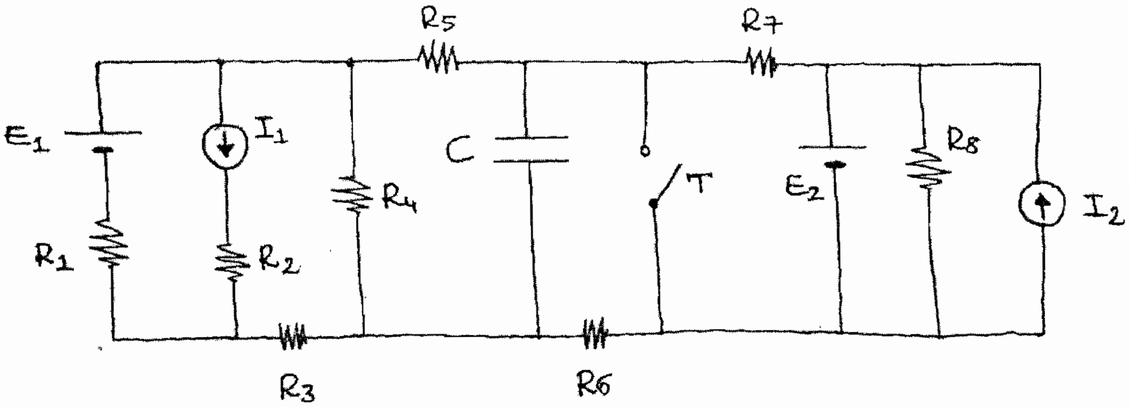
Corso di Laurea ....

Esercizio 1

Il circuito rappresentato in figura si trova a regime. All'istante t=0 il tasto T viene quindi chiuso. Determinare l'energia immagazzinata nel condensatore C dopo 1 secondo.

E_1=10 V; E_2=2 V; I_1=3 A; I_2=3.75 A;

R_1=1 Ω; R_2=6 Ω; R_3=3 Ω; R_4=4 Ω; R_5=6 Ω; R_6=8 Ω, R_7=7 Ω, R_8=20 Ω, C=0.25 F.

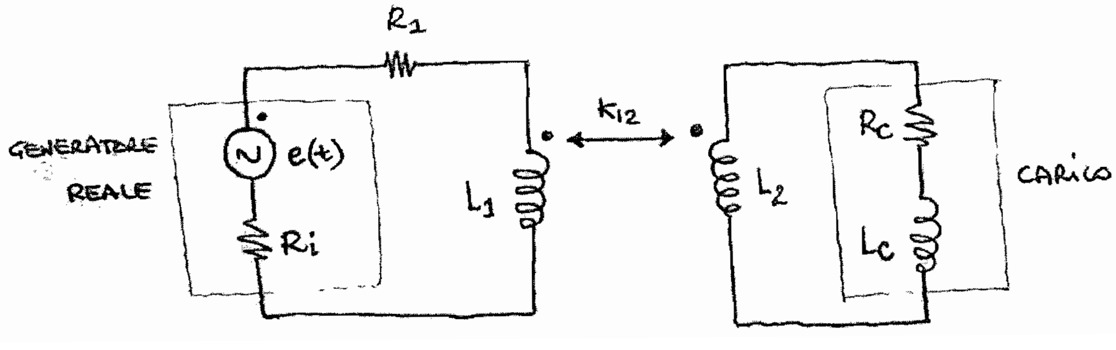


Esercizio 2

Il sistema in figura si trova a regime. Determinare l'espressione della potenza istantanea erogata dal generatore reale e(t)-R_i. Determinare inoltre la potenza complessa che arriva al carico R_C-L_C.

e(t)=6 $\sqrt{2}$ sen(ωt) V; f=50 Hz; R_i=2 Ω; R_1=5 Ω; L_1=1 mH; L_2=4 mH; k_{12}=0.5;

R_C=12 Ω; L_C=2 mH.



Es 1 L'energia immagazzinata in C sarà $W_C(t=1sec) = \frac{1}{2} C\, V_C^2(t=1sec)$.

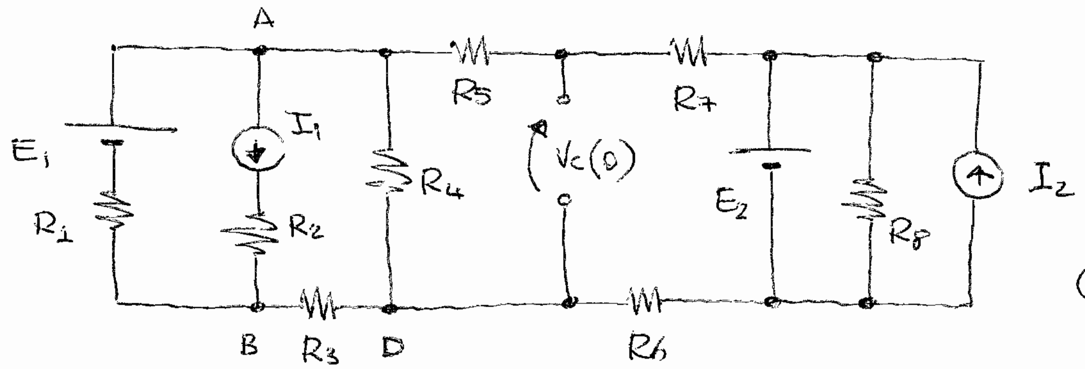
Per $t \geq 0$ la tensione ai capi di C ha l'andamento

$$v_C(t) = V_C(0) \cdot e^{-t/\tau} + V_C(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

dove

- $V_C(0)$ è la tensione ai capi di C prima della chiusura del tasto T, nel circuito consegnato a regime
- $V_C(\infty)$ è la tensione ai capi di C con T chiuso e a regime
- $\tau = R_V \cdot C$ è la costante di tempo, essendo R_V la resistenza vista da C con T chiuso.

— Determiniamo $V_C(0)$: T aperto, circuito a regime $\Rightarrow$ C si comporta da c.a.



(circuito #1)

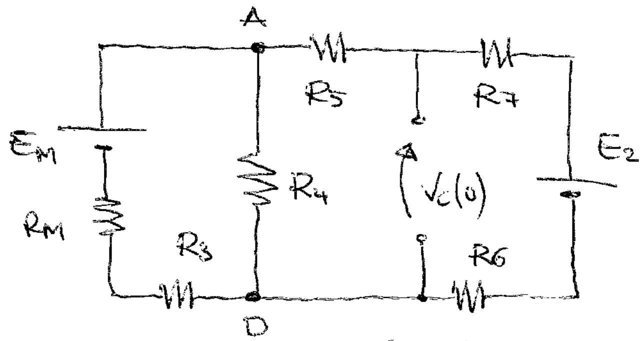
Semplifichiamo il circuito:

- R_8 ed il generatore I_2 possono essere trascurati poiché in parallelo ad un generatore di tensione ideale prevalente

- R_2 può essere trascurata perché in serie ad un generatore ideale di corrente

- effettuiamo Millman ai rami $E_1 - R_1$ e I_1 tra A e B

Otteniamo:

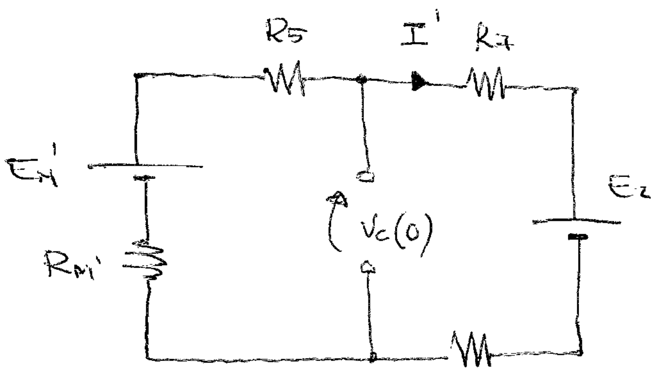


(circuito #2)

$$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1} - I_1}{\frac{1}{R_1}} = 7V$$

$$R_M = R_1 = 1\Omega$$

Applichiamo nuovamente Millman tra A e D ai rami $E_M - R_M - R_3$ e R_4:



(circuito #3)

$$E_M' = \frac{\frac{E_M}{R_M + R_3}}{\frac{1}{R_M + R_3} + \frac{1}{R_4}} = 3.5\,V$$

$$R_M' = \frac{1}{\frac{1}{R_M + R_3} + \frac{1}{R_4}} = 2\,\Omega$$

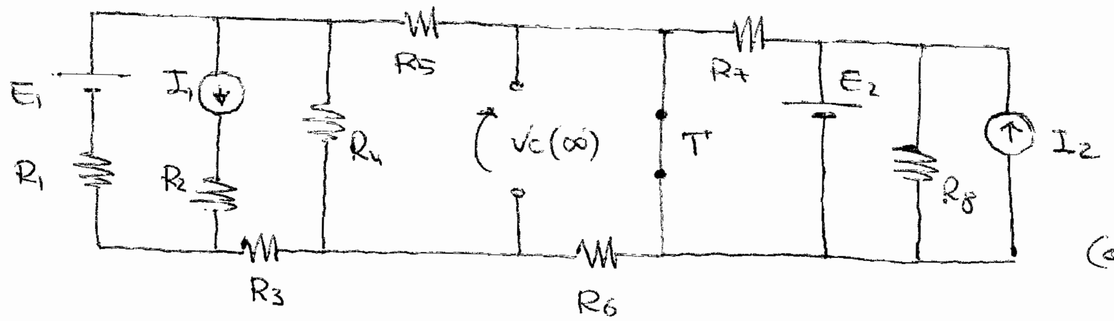
Dalla legge alla maglia risulta:

$$I' = \frac{E_M' - E_2}{R_M' + R_5 + R_7 + R_6} = \frac{1{,}5\,V}{23\,\Omega} = 0{,}065\,A$$

ed infine, utilizzando la legge di Ohm generalizzata:

$$V_C(0) - E_2 = (R_5 + R_7)\,I' \qquad \text{da cui} \qquad V_C(0) = 2.975\,V$$

— Determiniamo $V_C(\infty)$: T chiuso, circuito a regime ⇒ C è c. aperto

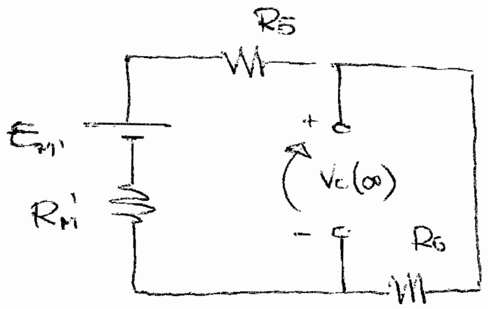


(circuito #4)

Semplifichiamo il circuito:

- con il tasto T chiuso si crea un cortocircuito che rende indipendenti i circuiti alla sua destra e sinistra per cui possiamo trascurare R_7, E_2, R_8, I_2.

- utilizziamo le stesse semplificazioni di prima (Millman 2 volte) ottenendo (vedi circuito #3):



(circuito #5)

Con il partitore di tensione si ha subito:

$$V_C(\infty) = \frac{R_6}{R_M' + R_5 + R_6} \cdot E_M' = 1{,}75\ V$$

(la $V_C(\infty)$, infatti, coincide con la tensione ai capi di R_6)

— Determiniamo R_V per il calcolo di τ . T chiuso

Prendiamo come riferimento direttamente il circuito #5 che è equivalente al #4. Anche in questo caso, infatti, trascuriamo quello che c'è a destra del tasto T

La resistenza vista è chiaramente :

$$R_v = (R_{M}' + R_5) /\!/ R_6 = 4\,\Omega$$

Quindi :

$$\tau = 4\,\Omega \cdot 0{,}25\,F = 1\,sec.$$

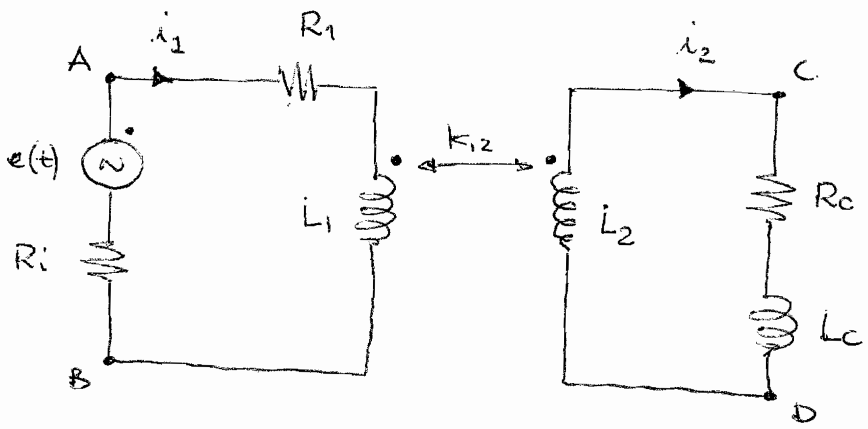
Determiniamo quindi la tensione ai capi di C per t = 1sec = τ

$$v_c(\tau) = V_c(0)\, e^{-1} + V_c(\infty)\,(1 - e^{-1}) =$$

$$= 2{,}975 \cdot e^{-1} + 1{,}75\,(1 - e^{-1}) = 2{,}2\ V$$

$$W_c(\tau) = \frac{1}{2}\, C \cdot v_c^2(\tau) = 0{,}605\ J.$$

Es. 2



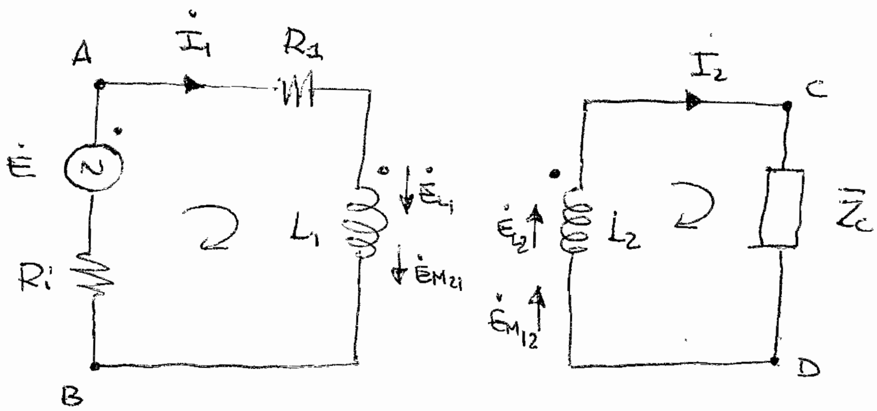
La potenza istantanea erogata dal generatore reale e(t)-Ri è data da:

— $P_{erog.} = v_{AB}(t) \cdot i_1(t)$

Calcoleremo $v_{AB}(t)$ e $i_1(t)$ prima nel dominio dei fasori ed in questo modo determiniamo anche la potenza complessa che arriva al carico:

— $\bar{S}_c = \dot{V}_{CD} \cdot \check{I}_2$

Passiamo quindi al dominio dei fasori



$\dot{E} = 6\,V$

$\bar{Z}_c = 12 + j\,0{,}628\ \Omega$

Scriviamo le equazioni alle maglie

$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{E}_{L_1} + \dot{E}_{M21} = (R_1 + R_i)\,\dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L_2} + \dot{E}_{M12} = \bar{Z}_c\,\dot{I}_2 \end{cases}$$

Sostituiamo le espressioni delle forze di induzione considerando che i versi delle correnti scelti sono tali per cui la mutua è negativa

$$\begin{cases} \dot{E} - j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{21} \dot{I}_2 = (R_1 + R_i)\dot{I}_1 \\ - j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M_{12} \dot{I}_1 = \bar{Z}_c \dot{I}_2 \end{cases}$$

essendo $M_{12} = M_{21} = k_{12}\sqrt{L_1 L_2} = 1mH$.

Si ottiene: $\dot{I}_1 = 0{,}8545 - j\,0{,}0381\ A$ $\qquad \dot{I}_2 = 0{,}0044 + j\,0{,}0217\ A$

Inoltre: $\dot{V}_{AB} = \dot{E} - R_i \dot{I}_1 = 4{,}2911 + j\,0{,}0763\ V$

$\dot{V}_{CD} = \bar{Z}_c \cdot \dot{I}_2 = 0{,}0392 + j\,0{,}2632\ V$

— La potenza complessa che arriva al carico è quindi:

$\bar{S}_c = \dot{V}_{CD} \cdot \breve{I}_2 = 0{,}0059 + j\,0{,}0003 \quad VAC$

la sua parte immaginaria, cioè la potenza reattiva, è positiva, come ci aspettavamo essendo il carico ohmico-induttivo

— Per il calcolo della P_{erog}, trasformiamo V_{AB} e I_1 nel dominio del tempo

$V_{AB} = 4{,}2918\ V \quad \phi_{V_{AB}} = 0{,}0178\ rad \Rightarrow v_{AB}(t) = 4{,}2918 \cdot \sqrt{2}\ sen(2\pi f t + 0{,}0178)\ V$

$I_1 = 0{,}8553\ A \quad \phi_{I_1} = -0{,}0446\ rad \Rightarrow i_1(t) = 0{,}8553 \cdot \sqrt{2}\ sen(2\pi f t - 0{,}0446)\ A$

$$P_{erog} = v_{AB}(t)\, i_1(t) = 3{,}6708 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}\left[\cos(0{,}0624) - \cos(2\omega t - 0{,}0258)\right] VA =$$

$$= 3{,}6637 - 3{,}6708 \cos(2\omega t - 0{,}0258)\ VA$$