Compito di Elettrotecnica

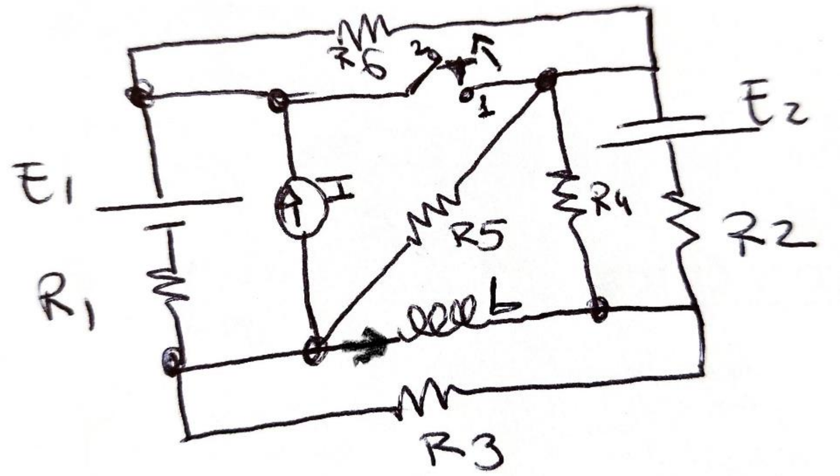
16 Settembre 2022

Nome e Cognome ……………………………………………………….….Matricola……………………

Corso di Laurea…………………………………………………………………..............................

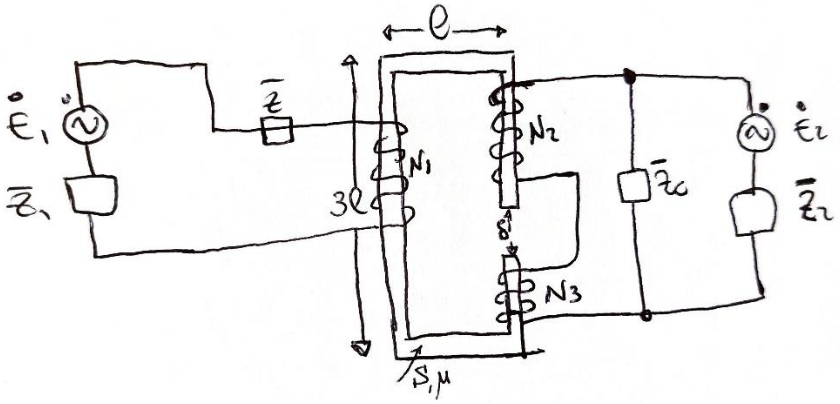
ES.1– All'istante t=0, il tasto T si apre. Determinare l'espressione temporale della corrente che scorre sull'induttore L e la potenza generata ed erogata da E_2 (con R_2 resistenza interna).

E_1 = 5V; E_2=2V; I = 2A; R_1= 2Ω; R_2=R_4=R_6=4 Ω; R_3= R_5 = 3 Ω; L = 2mH



ES.2 – Il sistema si trova a regime. Determinare la potenza attiva e reattiva che interessa il carico Zc.

$\dot{E}_1 = 3 - 2j\ [V]$; $\dot{E}_2 = 1 + 2j\ [V]$; $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = 3 + j\ [\Omega]$; f=50Hz; $\bar{Z} = 1 + 5j\ [\Omega]$; $\bar{Z}_C = 1 - j\ [\Omega]$; S=2cm^2; l=2cm; $\delta = 0.1$cm; $\mu_r = 1000$; N_1=100; N_2=120; N_3=130



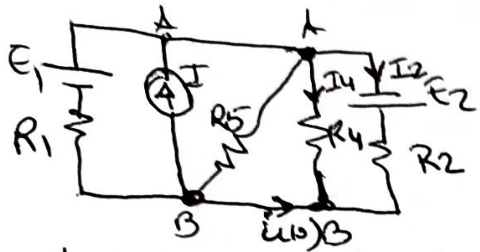
ES. N° 1

L'espressione della corrente $i_L(t)$ che scorre sull'induttore L è:

$$i_L(t) = i_L(0)e^{-t/\tau} + i_L(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

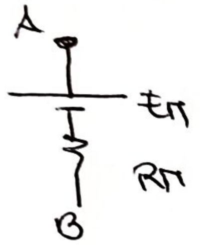
dove $\tau = \frac{L}{R_{eq}}$

Procedo con il calcolo di $i_L(0)$ quando T è chiuso:



R_3 e R_6 sono trascurabili poiché in // ad c.c.

Applico Millman tra tutti i rami:



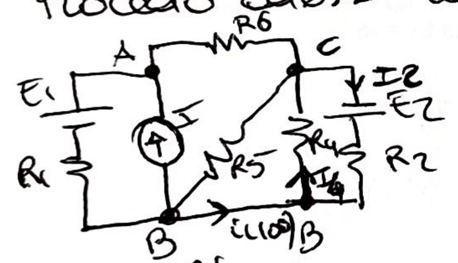
$$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1} + I - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2}}$$

$$V_{AB} = E_M$$

Per il calcolo di $i_L(0)$ scrivo la legge al nodo B:

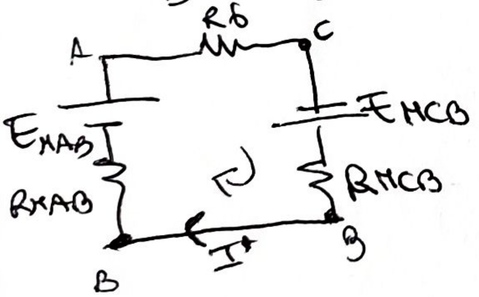
$i_L(0) = -I_4 - I_2$ dove: $I_4 = \frac{V_{AB}}{R_4}$ e $I_2 = \frac{V_{AB} + E_2}{R_2}$

Procedo adesso con il calcolo di $i_L(\infty)$ quando T è aperto:



R_3 si trascura in quanto in // ad c.c.

Applico Millman tra A-B e C-B:



$$E_{MAB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + I}{\frac{1}{R_1}}$$

$$R_{MAB} = R_1$$

$$E_{MCB} = \frac{\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}}$$

$$R_{MCB} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}}$$

$$I^* = \frac{E_{MAB} + E_{MCB}}{R_{MAB} + R_6 + R_{MCB}}$$

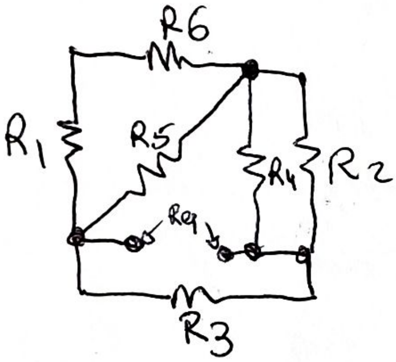
$$V_{CB} = -E_{MCB} + I^* R_{MCB}$$

Nota la V_{CB} mi determino le correnti che scorrono sui rami R_4 e E_2-R_2 e ~~[illegible]~~ ricavo $i_L(\infty)$ dalla legge al nodo B: $i_L(\infty) = I_4 - I_2$

dove : $I_4 = -\frac{V_{CB}}{R_4}$

$I_2 = \frac{V_{CB} + E_2}{R_2}$

Procedo con il calcolo della Req quando il tasto é aperto, ovvero nello stato finale:

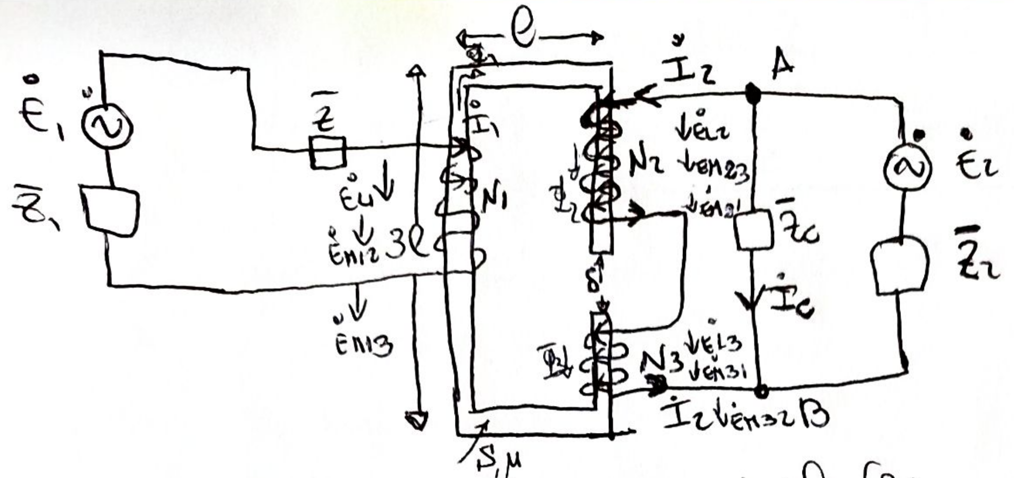


$$R_{eq} = \{(R_1 + R_6) // R_5 + (R_4 // R_2)\} // R_3$$

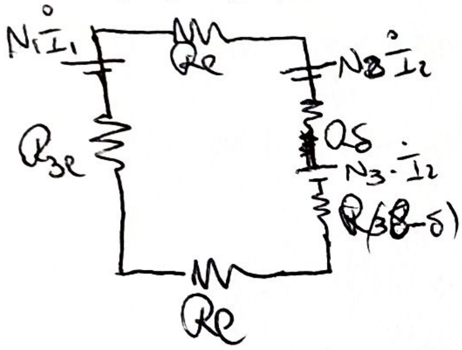
Infine bisogna calcolare la pot generata ed assorbita da $E_2 - R_2$

$P_{gen} = E_2 \cdot I_2$

$P_{ass} = V_{CB} \cdot I_2$



Considero il circuito elettrico equivalente:



$$R_\ell = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$R_{3\ell} = \frac{3\ell}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$R_{(3\ell-\delta)} = \frac{(3\ell-\delta)}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$R_\delta = \frac{\delta}{\mu_0 S}$$

$$R_{eq} = R_{3\ell} + R_\ell + R_\ell + R_{(3\ell-\delta)} + R_\delta$$

I flussi sono tutti concordi:

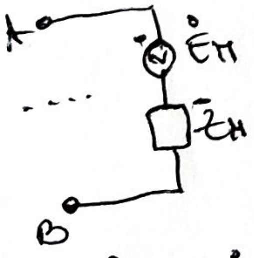
$$M_{12} = M_{21} = \sqrt{L_1 L_2} \quad (>0)$$

$$M_{13} = M_{31} = \sqrt{L_1 L_3} \quad (>0)$$

$$M_{23} = M_{32} = \sqrt{L_2 L_3} \quad (>0)$$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{eq}} \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{R_{eq}} \qquad L_3 = \frac{N_3^2}{R_{eq}}$$

Applico Millman tra A e B:



$$\dot{E}_M = \frac{\dot{E}_2}{\frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_c}}$$

$$\bar{Z}_M = \frac{1}{\frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_c}}$$

$$\begin{cases} \dot{E}_1 + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M12} + \dot{E}_{M13} = \dot{I}_1 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}) \\ \dot{E}_M + \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{L3} + \dot{E}_{M23} + \dot{E}_{M21} + \dot{E}_{L3} + \dot{E}_{M31} + \dot{E}_{M32} = \dot{I}_2 \bar{Z}_M \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{E}_1 - j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{12} \cdot \dot{I}_2 - j\omega M_{13} \cdot \dot{I}_2 = \dot{I}_1 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}) \\ \dot{E}_M - j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega L_3 \cdot \dot{I}_2 - j\omega M_{23} \cdot \dot{I}_2 - j\omega M_{21} \dot{I}_1 - j\omega L_3 \dot{I}_2 - \\ \quad - j\omega M_{31} \dot{I}_1 - j\omega M_{32} \cdot \dot{I}_2 = \dot{I}_2 \bar{Z}_M \end{cases}$$

Da questo sistema mi calcolo il valore della corrente $\dot{I}_2$,

Nota la $\dot{I}_2 \Rightarrow \dot{V}_{AB} = \dot{E}_M - \dot{I}_2 \bar{Z}_M$

Nota la $\dot{V}_{AB}$ mi calcolo la $\dot{I}_C$:

$\dot{V}_{AB} = \dot{I}_C \bar{Z}_C \Rightarrow \dot{I}_C = \dfrac{\dot{V}_{AB}}{\bar{Z}_C}$

Per determinare la potenza attiva e reattiva sul carico $\bar{Z}_C$:

$\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \cdot \check{I}_C = (\dot{I}_C \cdot \bar{Z}_C) \check{I}_C = P_{AB} + j Q_{AC}$