Compito di Elettrotecnica

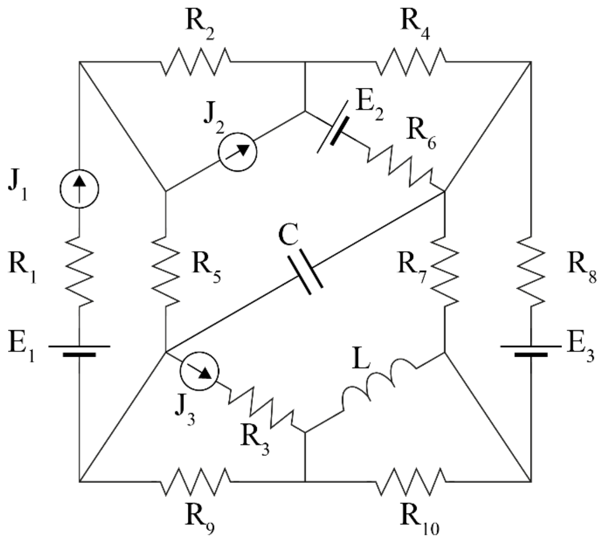
1 Febbraio 2024

Nome e Cognome …………………………………………………….…Matricola……………………

Corso di Laurea………………………………………………………………...............................

ES.1 – Il sistema in figura si trova a regime. Determinare l'energia immagazzinata nel condensatore C e nell'induttore L. Inoltre determinare la potenza generata da J_1.

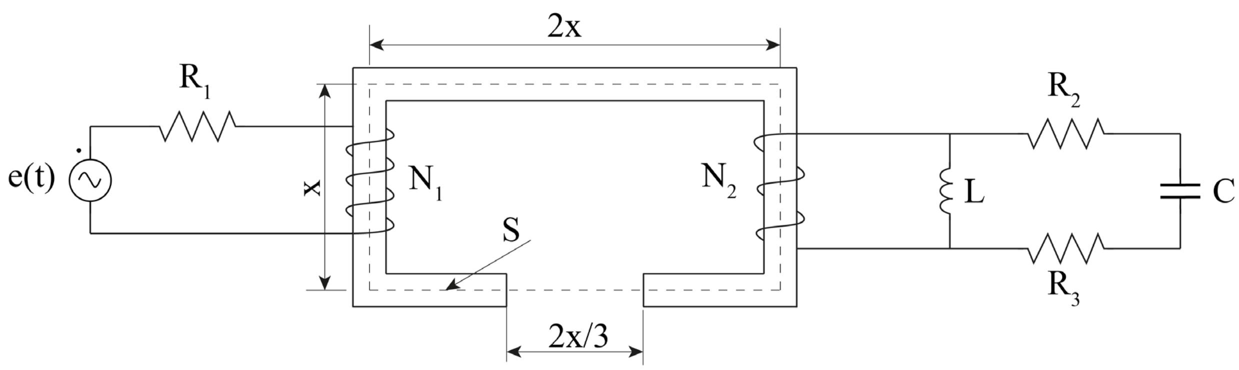
E_1 = 15 V; E_2 = 2 V; E_3 = 3 V; C = 3 mF; L = 0.5 mH; J_1 = 5 A; J_2 = 12 A; J_3 = 3 A; R_i = i Ω



ES.2 – Dato il circuito in figura, determinare l'espressione temporale della corrente che scorre nell'induttore L.

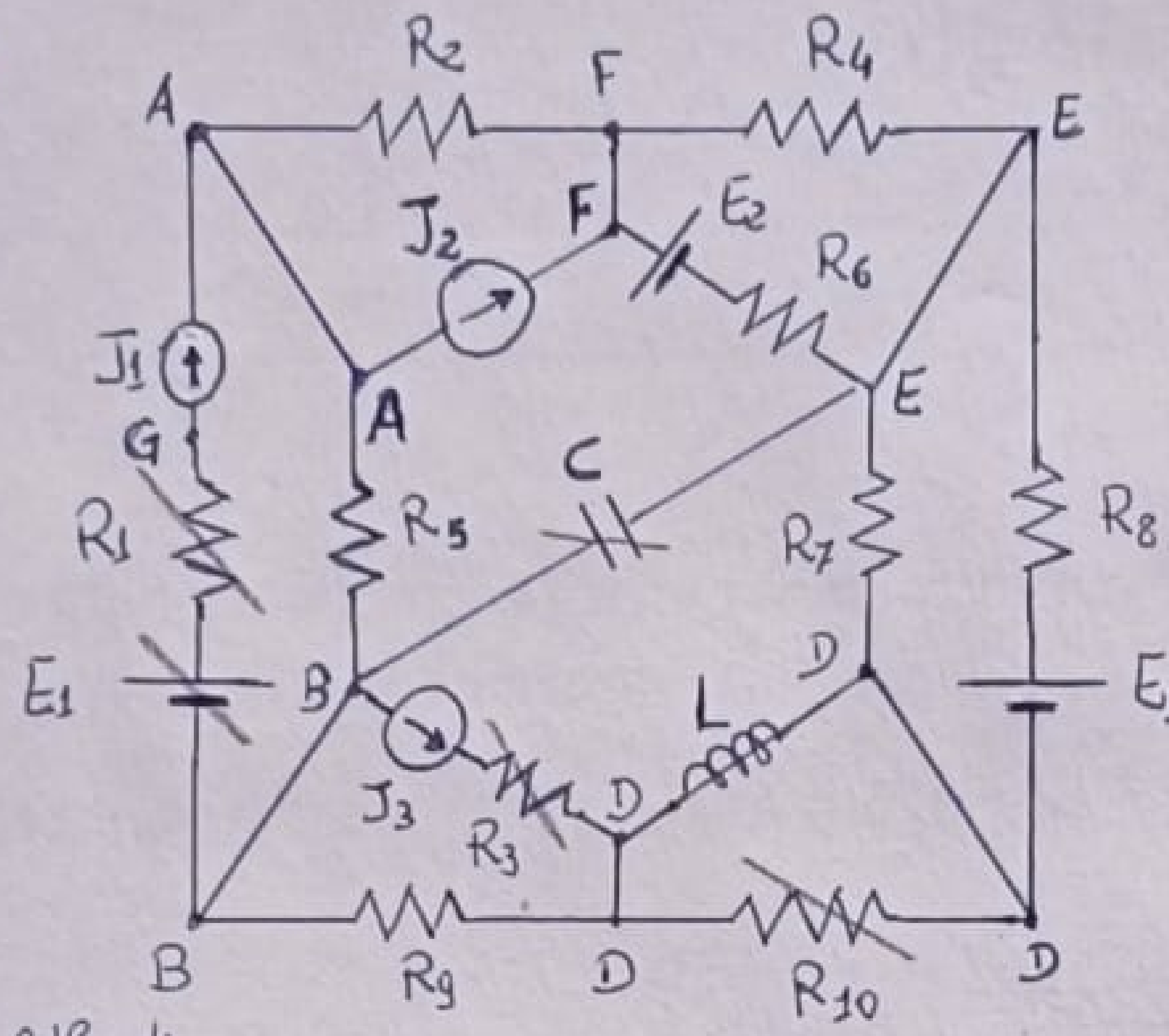
$e(t) = \sqrt{2}\ \sin(2\pi f t)\ V$; **$f$ = 50Hz; R_1 = 2 Ω; R_2 = 4 Ω; R_3 = 3 Ω; C = 2 mF; L = 1.5 mH;**

N_1 = 400; N_2 = 200; x = 2.5 cm; S = 4 cm^2; μ_r = 1000;



NOTE: Durante lo svolgimento degli esercizi, NON è possibile utilizzare il materiale didattico in proprio possesso.
Il testo deve essere consegnato completo di nome, cognome, matricola, e corso di laurea.
I fogli con lo svolgimento degli esercizi devono riportare, ciascuno, il nome e cognome dello studente in alto a destra.
Se ci si vuole ritirare, il testo deve essere consegnato completo dei dati personali e scrivendo in alto "RITIRATO".

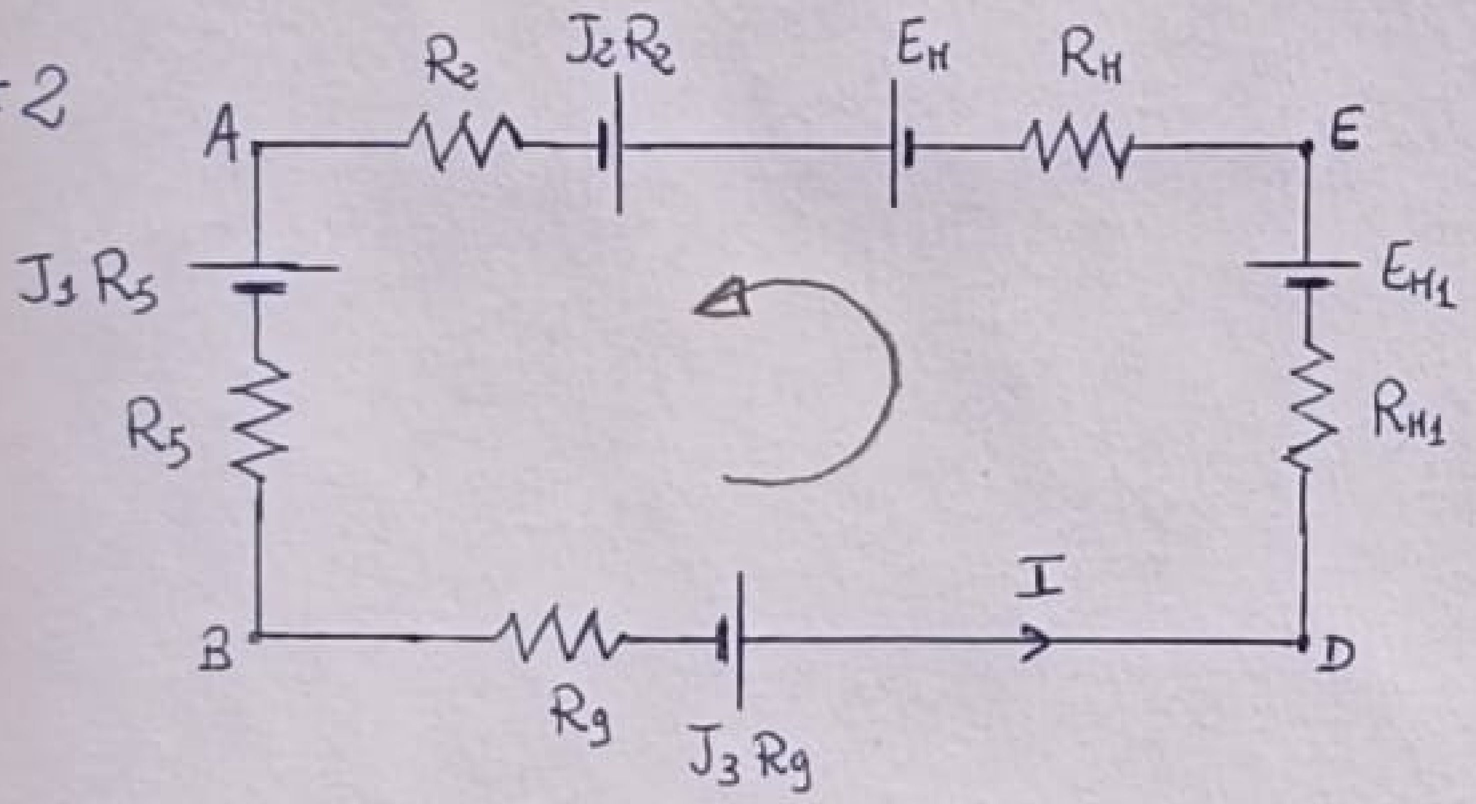
#1



- Il condensatore a regime si comporta come un circuito aperto
- L' induttore a regime si comporta da corto circuito (c.c.)
- R_{10} é in parallelo ad L quindi ad un c.c. dunque si trascura
- Il generatore reale E_1-R_1 é in serie ad ~~al~~ generatore di corrente J_1, per cui é trascurabile ai fini della corrente
- R_3 in serie al generatore J_3, quindi é trascurabile

Applico il th. di Millman tra i nodi F-E e tra E-D. Trasformo i generatori reali di corrente J_1-R_5, J_2-R_2 e J_3-R_9 in generatori reali di tensione

#2



$$E_H = \frac{\frac{E_2}{R_6}}{\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_4}} = 0{,}8 \text{ V}$$

$$R_H = \frac{1}{\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_4}} = 2{,}4\ \Omega$$

$$E_{H_1} = \frac{\frac{E_3}{R_8}}{\frac{1}{R_8}+\frac{1}{R_7}} = 1{,}4 \text{ V}$$

$$R_{H_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_8}+\frac{1}{R_7}} = 3{,}73\ \Omega$$

Equazione alla maglia

$$E_{H_1} + E_H - J_2 R_2 - J_1 R_5 + J_3 R_9 = I\,(R_9 + R_{H_1} + R_H + R_2 + R_5)$$

$$I = \frac{E_{H_1} + E_H - J_2 R_2 - J_1 R_5 + J_3 R_9}{R_9 + R_{H_1} + R_H + R_2 + R_5} = -\,0{,}89 \text{ A}$$

Energia immagazzinata nel induttore L : $W_L = \frac{1}{2} L I^2 = 2 \cdot 10^{-4}$ J

Energia immagazzinata nel condensatore C: $W_C = \frac{1}{2} C V_{BE}^{\,2}$

legge di Ohm tra B-E: $V_{BE} = -J_1 R_5 - J_2 R_2 + E_H - I\,(R_5 + R_2 + R_H) = -\,39{,}79$ V

$W_C = 2{,}37$ J

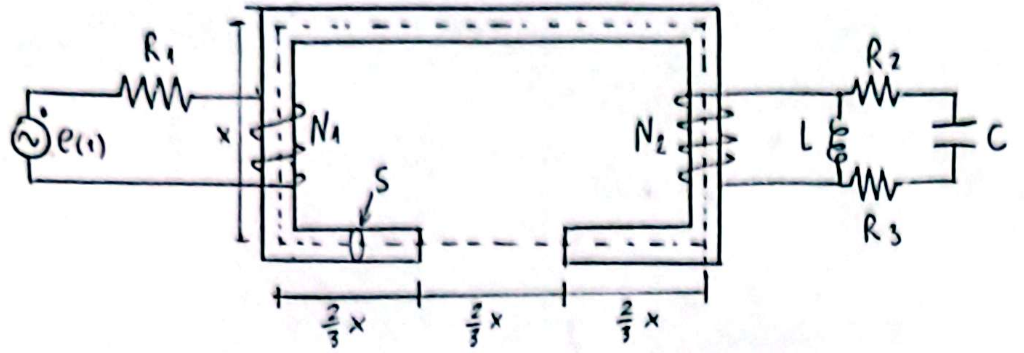
Potenza generata da J_1 : $P_g = V_{AG}\, J_1$

Dal circuito #2 ricavo la V_{AB} usando la legge di Ohm : $V_{AB} = J_1 R_5 + I R_5 = 20{,}5$ V

Dal circuito #1 ricavo la V_{AG} usando la legge di Ohm:

$$V_{AB} - V_{AG} + J_1 R_1 - E_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{AG} = +V_{AB} + J_1 R_1 - E_1 = 10{,}5 \text{ V}$$

$P_g = 52{,}6$ W



$e(t) = \sqrt{2}\sin(2\pi f t)\,V$

$f = 50\,Hz$

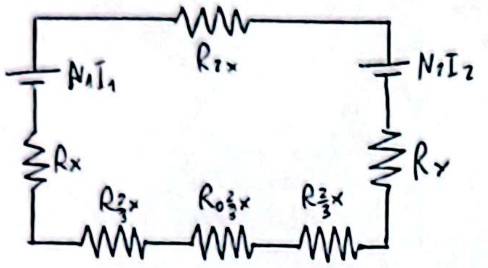
$R_1 = 2\Omega \quad R_2 = 4\Omega \quad R_3 = 3\Omega$

$C = 2mF = 2\cdot 10^{-3}F \quad L = 1.5mH = 1.5\cdot 10^{-3}$

$N_1 = 400 \quad N_2 = 200 \quad \mu_r = 1000$

$x = 2.5cm = 2.5\cdot 10^{-2}m \quad S = 4cm^2 = 4\cdot 10^{-4}m^2$

$R_x = \frac{x}{\mu_0 \mu_r S} \quad R_{2x} = 2R_x \quad R_{\frac{2}{3}x} = \frac{2}{3}R_x \quad R_{0\frac{2}{3}x} = \frac{2}{3}\frac{x}{\mu_0 S} = \frac{2}{3}R_x \cdot \mu_r$

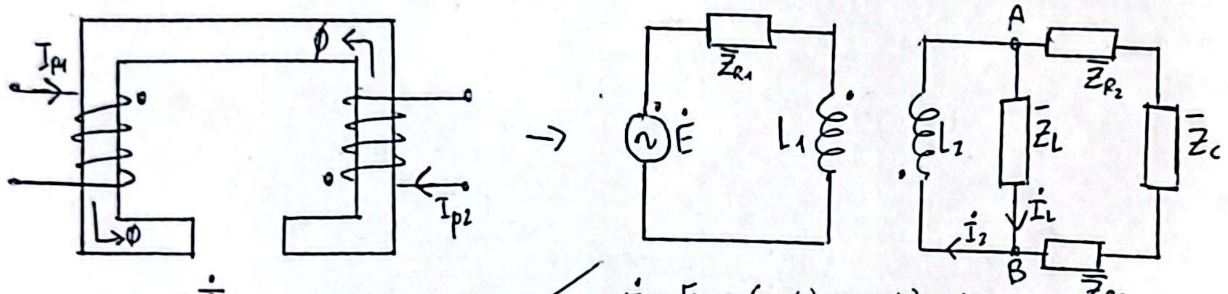


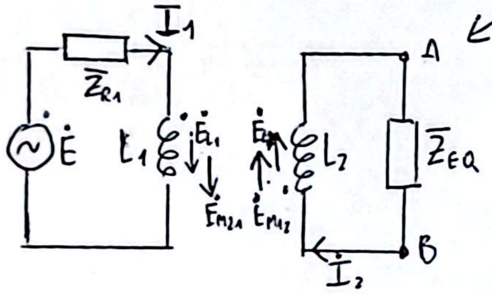
$R_{EQ} = R_{2x} + 2R_x + 2R_{\frac{2}{3}x} + R_{0\frac{2}{3}x} =$

$= 2R_x + 2R_x + \frac{4}{3}R_x + \frac{2}{3}R_x\mu_r =$

$= R_x\left(\frac{16}{3} + \frac{2}{3}\mu_r\right) = 3.34\cdot 10^7\,H^{-1}$

$L_1 = \frac{N_1^2}{R_{EQ}} = 4.79\cdot 10^{-3}\,H \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{R_{EQ}} = 1.20\cdot 10^{-3}\,H \qquad M_{12} = M_{21} = \sqrt{L_1 L_2} = 2.39\cdot 10^{-3}\,H \quad (>0)$





$\dot{E} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{2}(\cos(0) + j\sin(0)) = 1V$

$\bar{Z}_{R1} = R_1 \quad \bar{Z}_{R2} = R_2 \quad \bar{Z}_{R3} = R_3$

$\bar{Z}_L = j\omega L \qquad \bar{Z}_C = -\frac{j}{\omega C}$

$\bar{Z}_{EQ} = (\bar{Z}_{R2} + \bar{Z}_C + \bar{Z}_{R3}) // \bar{Z}_L = 0.031 + j\,0.476$

$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = \dot{I}_1\bar{Z}_{R1} \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = \dot{I}_2\bar{Z}_{EQ} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{E} - j\omega L_1\dot{I}_1 - j\omega M_{21}\dot{I}_2 = \dot{I}_1\bar{Z}_{R1} \\ -j\omega L_2\dot{I}_2 - j\omega M_{12}\dot{I}_1 = \dot{I}_2\bar{Z}_{EQ} \end{cases}$$

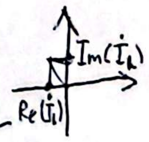
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = -\dot{I}_2\left(\frac{j\omega L_2 + \bar{Z}_{EQ}}{j\omega M_{12}}\right) = -\dot{I}_2\left(\frac{L_2}{M_{12}} - j\frac{\bar{Z}_{EQ}}{\omega M_{12}}\right) \\ j\omega M_{21}\dot{I}_2 + (j\omega L_1 + \bar{Z}_{R1})\dot{I}_1 = +\dot{E} \end{cases}$$

$\rightarrow j\omega M_{21}\dot{I}_2 + (j\omega L_1 + \bar{Z}_{R1})\left(-\frac{L_2}{M_{12}} + j\frac{\bar{Z}_{EQ}}{\omega M_{12}}\right)\dot{I}_2 = \dot{E}$

$\left(\cancel{j\omega M_{21}} - \cancel{j\omega\frac{L_1 L_2}{M_{12}}} - \bar{Z}_{R1}\frac{L_2}{M_{12}} - \bar{Z}_{EQ}\frac{L_1}{M_{12}} + j\frac{\bar{Z}_{R1}\bar{Z}_{EQ}}{\omega M_{12}}\right)\dot{I}_2 = \dot{E}$

$$\begin{cases} \dot{I}_2 = M_{12}\dot{E}\cdot\left(-\bar{Z}_{R1}L_2 - \bar{Z}_{EQ}L_1 + j\frac{\bar{Z}_{R1}\bar{Z}_{EQ}}{\omega}\right)^{-1} = -0.377 + j\,0.140 \\ \dot{I}_1 = 0.421 - j\,0.175 \end{cases}$$

$\dot{V}_{AB} = \bar{Z}_{EQ}\dot{I}_2 = -0.079 - j\,0.175 \quad \rightarrow \dot{I}_L = \frac{\dot{V}_{AB}}{\bar{Z}_L} = -0.372 + j\,0.167$



$I_{LMAX} = \sqrt{2}\sqrt{Re(\dot{I}_L)^2 + Im(\dot{I}_L)^2} = 0.576 \qquad \varphi_L = \arctan\left(\frac{Im(\dot{I}_L)}{Re(\dot{I}_L)}\right) = -0.422 + \pi = 2.720$

$i_L(t) = I_{LMAX}\sin(\omega t + \varphi_L)$