Compito di Elettrotecnica

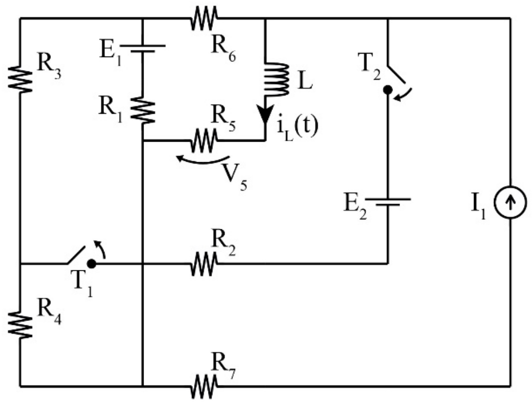
3 Luglio 2024

Nome e Cognome ………………………………………………………….. Matricola……………………

Corso di Laurea……………………………………………………………………………………………….

ES.1 – Dato il circuito in figura a regime all'istante t=0s i tasti si commutano. - Determinare l'espressione temporale della corrente ***i_L (t)*** che scorre sull'induttore L e la tensione **V_5** sul resistore **R_5** all'istante t=1ms.

$\mathbf{E_1 = 2\ V}$; $\mathbf{E_2 = 1\ V}$; $\mathbf{I_1 = 0.5\ A}$; $\boldsymbol{L} = \mathbf{150\ mH}$; $\mathbf{R_1 = 1\ \Omega}$; $\mathbf{R_2 = 4\ \Omega}$;
$\mathbf{R_3 = 3\ \Omega}$; $\mathbf{R_4 = 1\ \Omega}$; $\mathbf{R_5 = 8\ \Omega}$; $\mathbf{R_6 = 1\ \Omega}$; $\mathbf{R_7 = 8\ \Omega}$.

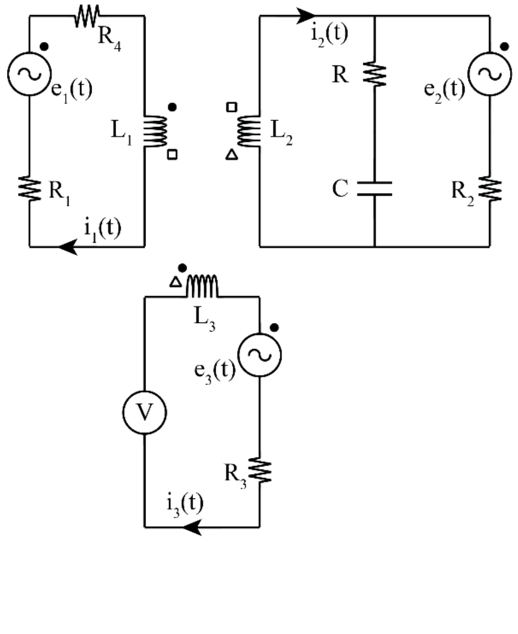


ES.2 – Dato il seguente circuito a regime, determinare la tensione misurata dal voltmetro ideale V, la potenza complessa sul carico R-C, e la potenza attiva su R_3.

$$\mathbf{e_1(t) = \sqrt{2}\,sin(\boldsymbol{\omega t})\ V;\ \ e_2(t) = 10\sqrt{2}\,sin\left(\boldsymbol{\omega t} + \frac{\boldsymbol{\pi}}{3}\right)\ V;\ \ e_3(t) = 10\,cos(\boldsymbol{\omega t})\ V;}$$

$$\mathbf{\omega = 100\ \frac{rad}{\boldsymbol{s}};\ C = 1\ mF;\ L_1 = 3\ mH;\ L_2 = 50\ mH;\ L_3\ = 100\ mH;\ \ R_1 = 2\ \Omega;}$$

$$\mathbf{R_2 = 2\ \Omega;\ \ R_3 = 3\ \Omega;\ \ R_4 = 4\ \Omega;\ \ R = 2\ \Omega;\ \ k_{12} = 1;\ \ k_{13} = 0.8;\ \ k_{23} = 0.4}$$



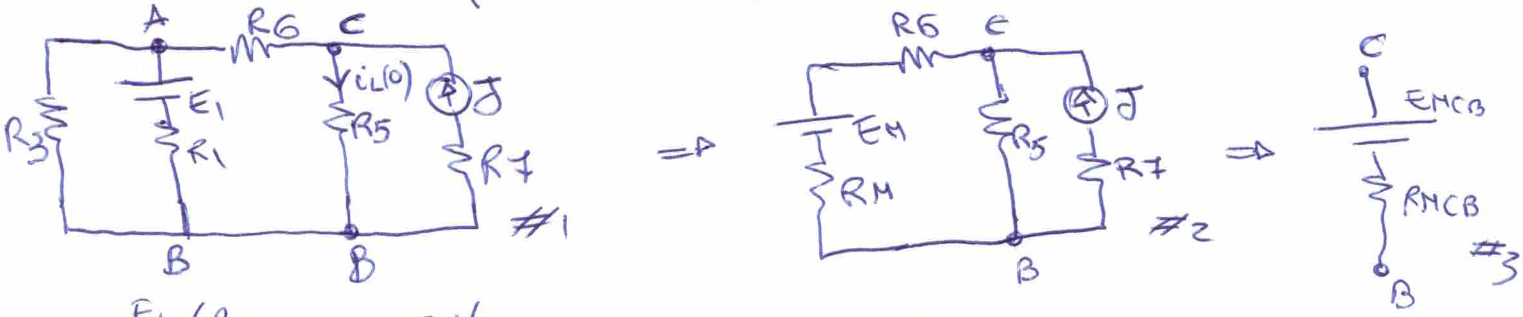
ES. N°1

L'espressione temporale della $i_L(t) = i_L(0)\, e^{-t/\tau} + i_L(\infty)(1 - e^{-t/\tau})$

Procediamo con il calcolo di $i_L(0)$, $i_L(\infty)$ e $\tau = \frac{L}{R_L}$

• $i_L(0)$: T_1 chiuso - T_2 aperto => L si comporta da c.c.

R_4 si trascura in quanto in // c.c.

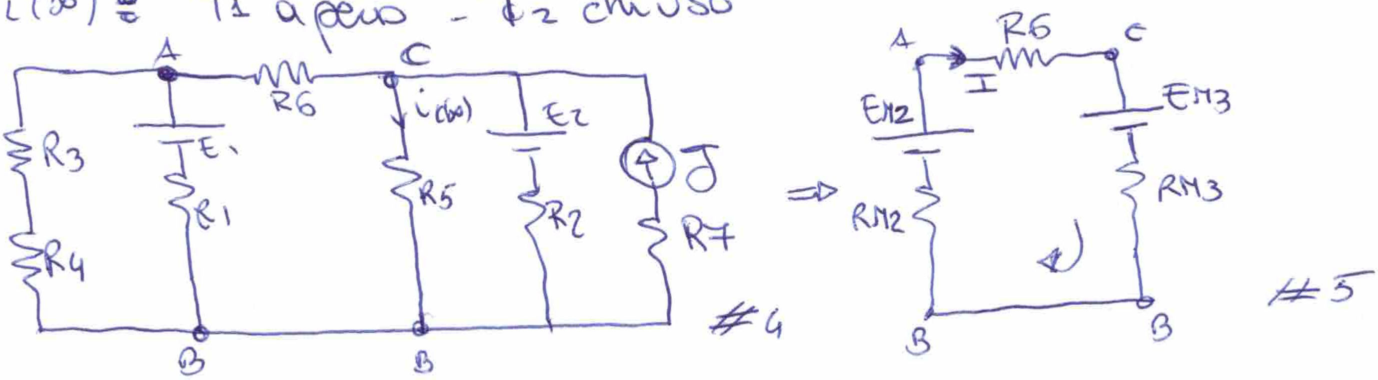


$$E_M = \frac{E_1/R_1}{1/R_1 + 1/R_3} = 1.5\ V \qquad R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}} = 0.75\ \Omega$$

$$E_{MCB} = \frac{\frac{E_M}{R_M + R_6} + J}{\frac{1}{R_M + R_6} + \frac{1}{R_5}} = 1.94 V \qquad V_{CB} = E_{MCB}$$

$$i_L(0) = \frac{V_{CB}}{R_5} = 0.24\ A$$

• $i_L(\infty)$: T_1 aperto - T_2 chiuso



$$E_{M2} = \frac{\frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + R_4}} \qquad R_{M2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + R_4}}$$

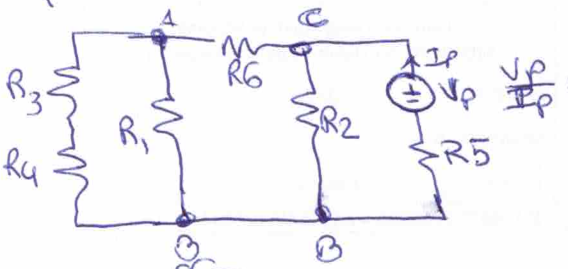
$$E_{M3} = \frac{\frac{E_2}{R_2} + J}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}} \qquad R_{M3} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}}$$

Dal #5: $I = \frac{E_{M2} - E_{M3}}{R_{M2} + R_6 + R_{M3}}$

Dal #5: $V_{CB} = E_{M3} + I \cdot R_{M3}$

Dal #4: $i_L(\infty) = \frac{V_{CB}}{R_5} = 0.22$

Per il calcolo di $\tau = \frac{L}{R_L}$ utilizzo il grafico # 4 e lo rendo passivo:



$$\frac{V_p}{I_p} = R_L$$

$$R_L = \{\{[(R_3 + R_4) // R_1] + R_6\} // R_2\} + R_5$$

$$V_5(t = 1\,ms) = i_L(t = 1\,ms) \cdot R_5$$

ES. N°2

$e_1(t)=\sqrt{2}\,\text{sen}(\omega t) \Rightarrow \dot{E}_1 = \cos 0° + j\,\text{sen}\,0° = 1\,V$

$e_2(t) = 10\sqrt{2}\,\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \dot{E}_2 = 10\left(\cos\frac{\pi}{3} + j\,\text{sen}\frac{\pi}{3}\right) = 5 + j2{,}5\sqrt{2}\,V$

$e_3(t) = 10\cos(\omega t) = 10\,\text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \dot{E}_3 = \frac{10}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{2} + j\,\text{sen}\frac{\pi}{2}\right) \cong j\,7{,}07\,V$

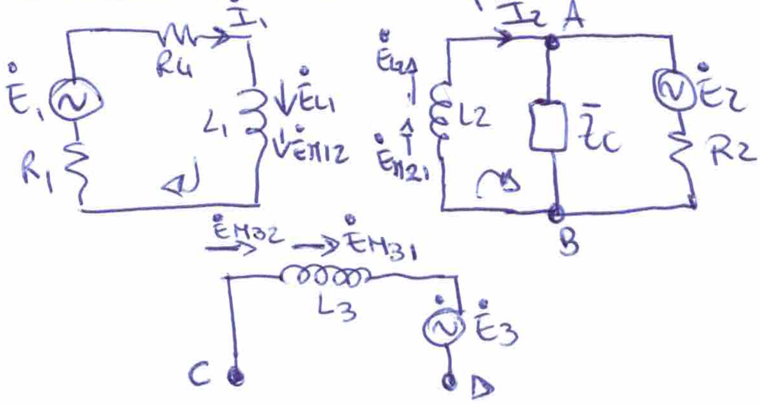
$M_{12} = K_{12}\sqrt{L_1 L_2} = M_{21} \quad (>0)$

$M_{13} = K_{13}\sqrt{L_1 L_3} = M_{31} \quad (>0)$

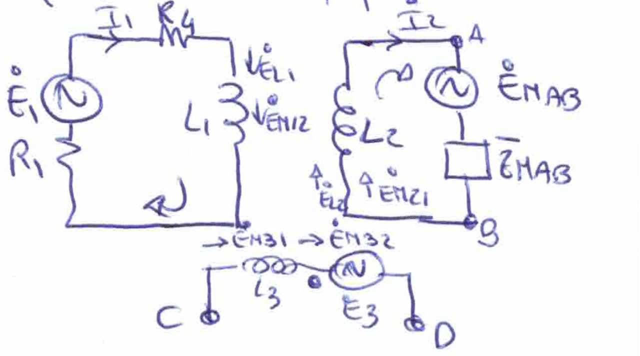
$M_{23} = K_{23}\sqrt{L_2 L_3} = M_{32} \quad (>0)$

$\bar{Z}_C = R - \frac{j}{\omega C}$

Il voltmetro si comporta da c.a. in quanto ideale, quindi $\dot{I}_3 = 0$



$\Rightarrow$



Applico Millmann tra i nodi A e B:

$$\dot{E}_{MAB} = \frac{\frac{\dot{E}_2}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\bar{Z}_C}} \qquad \bar{Z}_{MAB} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\bar{Z}_C}}$$

$$\begin{cases} \dot{E}_1 + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M12} = \dot{I}_1 (R_1 + R_4) \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M21} - \dot{E}_{MAB} = \dot{I}_2 \cdot \bar{Z}_{MAB} \\ \dot{V}_{CD} = -\dot{E}_{M31} - \dot{E}_{M32} + \dot{E}_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{E}_1 - j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{12} \cdot \dot{I}_2 = \dot{I}_1 (R_1 + R_4) \\ -j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{21} \dot{I}_1 - \dot{E}_{MAB} = \dot{I}_2 \bar{Z}_{MAB} \\ \dot{V}_{CD} = +j\omega M_{31} \cdot \dot{I}_1 + j\omega M_{32} \dot{I}_2 + \dot{E}_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 (j\omega L_1 + R_1 + R_4) + \dot{I}_2 \cdot j\omega M_{12} = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 \cdot j\omega M_{12} + \dot{I}_2 (\bar{Z}_{MAB} + j\omega L_2) - \dot{E}_{MAB} \end{cases}$$

Nota la $\dot{I}_2$ mi calcolo la $\dot{V}_{AB} = \dot{E}_{MAB} + \dot{I}_2 \bar{Z}_{MAB}$. $\Rightarrow$

$\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \cdot \overset{*}{I}_C$

dove: $\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{AB}}{\bar{Z}_C}$

Infine la $P_{R3} = 0$ W