UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI MESSINA
Dipartimento di Ingegneria
Contrada Di Dio I, 98166 – Villaggio S. Agata Messina

Appunti Corso di Elettrotecnica

Calcolo Elettrico di Linee con Carichi Distribuiti e Diramati

Anno Accademico 2023-2024

prof. ing. Bruno Azzerboni

Fonti:
Impianti Elettrici *– Gaetano Conte*
Ulrico Hoepli Milano
Lezioni di Elettrotecnica Generale *- Giulio Battistini*
Colombo Cursi Pisa

www.electroyou.it

Caduta di tensione in una linea
Consideriamo il caso di un generatore G che alimenta a distanza un circuito di utilizzazione U, attraverso una linea elettrica (fig. 1). Siano $\dot{V}_1$ la tensione sinusoidale prodotta dal generatore ed applicata ai morsetti iniziali della linea, $\dot{I}$ la corrente di alimentazione, $\bar{Z}_l = R_l + jX_l$ l'operatore d'impedenza ***complessivo dei due conduttori che costituiscono la linea*** [1] e $\bar{Z}_u = R_u + jX_u$ l'operatore d'impedenza del circuito di utenza.

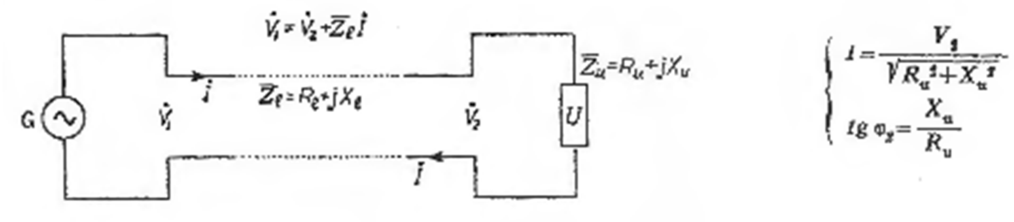

Fig. 1 – Sistema elettrico

La tensione $\dot{V}_2$ ai morsetti dell'utilizzatore ha evidentemente un diverso valore ed una diversa fase rispetto a $\dot{V}_1$; essa è:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 - \bar{Z}_l \dot{I}$$

Si ha pertanto

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + \bar{Z}_l \dot{I} = \dot{V}_2 + R_l \dot{I} + jX_l \dot{I}$$

vale a dire, il vettore rappresentativo di $\dot{V}_1$ può ottenersi da $\dot{V}_2$, sommandovi geometricamente la caduta ohmica nella linea $R_l \dot{I}$, in fase con $\dot{I}$ e la caduta reattiva $X_l \dot{I}$, in quadratura rispetto ad $\dot{I}$ (fig. 2).

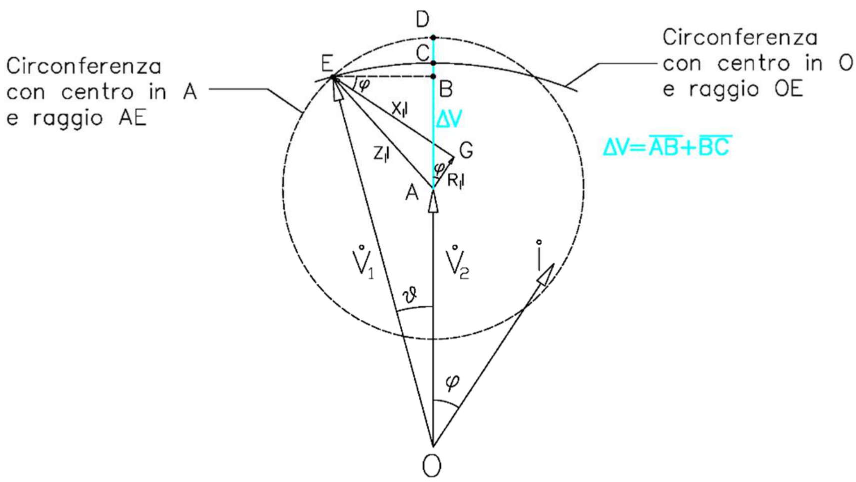

Fig. 2 – Caduta di tensione in una linea a costanti concentrate

La ***caduta scalare di tensione*** $\boldsymbol{\Delta V}$ nella linea, cioè la *differenza algebrica* fra il valore di V_1 ed il valore di V_2 (determinabile sperimentalmente, facendo la differenza fra le indicazioni di due voltmetri inseriti rispettivamente all'inizio ed alla fine della linea) è

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

Dalla fig. 2 si deduce che

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \overline{AB} + \overline{BC}$$

[1] Per effettuare un calcolo esatto, è necessario considerare anche i fenomeni di dispersione di corrente e di accoppiamento capacitivo fra i due conduttori di linea, che qui per semplicità trascuriamo. Nella pratica tali fenomeni vengono normalmente trascurati nelle linee a bassa tensione (V < 500 V).

Per calcolare $\overline{AB}$ ci riferiamo alla fig. 2a

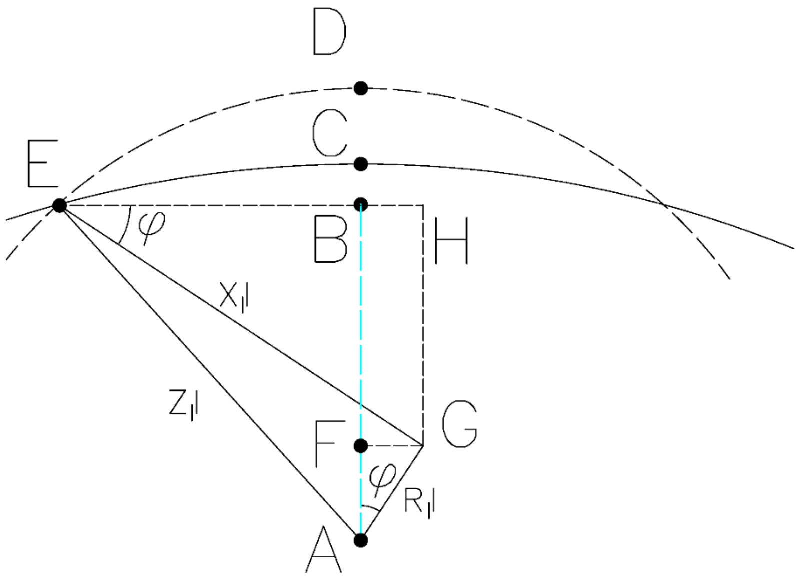

Fig. 2a – Calcolo segmento AB

$$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{FB}$$

Dal triangolo rettangolo AFG abbiamo

$$\overline{AF} = AG \cos\varphi = R_l I \cos\varphi$$

Chiaramente abbiamo

$$\overline{FB} = \overline{GH}$$

E dal triangolo rettangolo GHE abbiamo

$$\overline{FB} = \overline{GE} \sin\varphi = X_l I \sin\varphi$$

E quindi

$$\overline{AB} = R_l I \cos\varphi + X_l I \sin\varphi = I(R_l \cos\varphi + X_l \sin\varphi)$$

Per calcolare $\overline{BC}$ ci riferiamo alla fig. 2b

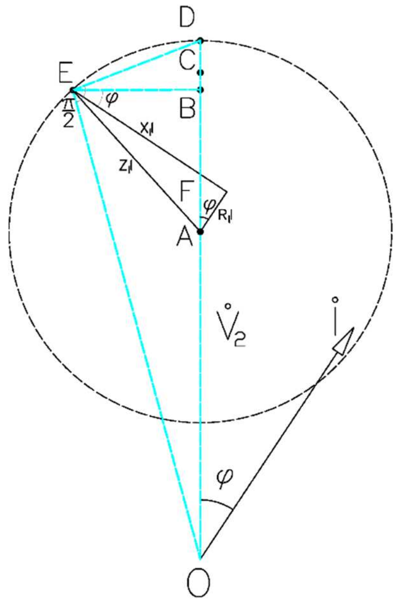

Fig. 2b – Calcolo segmento BC

$\overline{BC}$ può essere, con buona approssimazione, considerato uguale alla metà di $\overline{BD}$ (l'errore che si commette è inferiore all'1% finché $\overline{EB} \leq \overline{OB}/_3$). Tenendo presente allora che ED è perpendicolare ad OE, dai triangoli rettangoli OED ed OBE, si deduce che

$$\overline{EB}:\overline{BD} = \overline{OB}:\overline{EB}$$

Da cui

$$\overline{BD} = \overline{EB}^2/_{\overline{OB}}$$

E poiché dalla figura si ricava che

$$\overline{EB} = \overline{EH} - \overline{FG}$$

Dal triangolo rettangolo AFG abbiamo

$$\overline{FG} = AG \sin\varphi = R_l I \sin\varphi$$

E dal triangolo rettangolo GHE abbiamo

$$\overline{EH} = \overline{GE} \cos\varphi = X_l I \cos\varphi$$

E quindi

$$\overline{EB} = X_l I \cos\varphi - R_l I \sin\varphi$$

Inoltre $\overline{OB}$ può essere ritenuto, senza sensibile errore, uguale a V_1, quindi si ha in definitiva:

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}\frac{(X_l I \cos\varphi - R_l I \sin\varphi)^2}{V_1}$$

In definitiva abbiamo

$$\Delta V = V_1 - V_2 = I(R_l \cos\varphi + X_l \sin\varphi) + \frac{I^2(X_l \cos\varphi - R_l \sin\varphi)^2}{2V_1}$$

Per calcoli di non grande precisione e per piccoli valori dell'angolo ϑ (fig. 2), nella pratica, si può trascurare il secondo addendo ed usare la formula semplificata:

$$\Delta V = V_1 - V_2 \cong I(R_l \cos\varphi + X_l \sin\varphi)$$

Chiamando allora *caduta percentuale di tensione* (ε), *caduta ohmica percentuale* (ε_R) e *caduta reattiva percentuale* (ε_X) della linea, rispettivamente, le quantità:

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V_1} 100$$
$$\varepsilon_R = \frac{R_l I}{V_1} 100$$
$$\varepsilon_X = \frac{X_l I}{V_1} 100$$

Si ha che

$$\varepsilon \cong \varepsilon_R \cos\varphi + \varepsilon_X \sin\varphi$$

Pertanto, *nelle linee a corrente alternata la caduta di tensione, oltre che dalla intensità della corrente, dipende anche dalla natura del carico*.
Supponiamo infatti di mantenere costante la tensione V_2, ai morsetti dell'utente e facciamo variare la natura del carico, mantenendone tuttavia costante l'impedenza Z, in modo che l'intensità I della corrente rimanga immutata e vari solamente l'angolo $\varphi = \tan^{-1}\left({}^{X_u}/_{R_u}\right)$. Allora il triangolo AGE delle cadute di tensione lungo la linea (fig. 1) ruota attorno al punto A ed il punto E, che è l'estremo del vettore V_1 , si muove lungo la circonferenza punteggiata in figura.
Si rileva facilmente che la caduta scalare di tensione ΔV varia al variare di φ e che, a seconda della natura del carico, per determinati valori di φ può aversi anche $V_2 \geq V_1$ e quindi ΔV ed ε risultano negative.
Il massimo valore della caduta di tensione, per una stessa intensità di corrente, ha luogo quando V_1 è in fase con V_2, cioè quando φ, è uguale all'angolo della impedenza di linea:

$$\tan\varphi = \frac{X_l}{R_l}$$

La caduta di tensione è nulla (cioè V_1 e V_2 hanno lo stesso valore, seppure con fase diversa) quando

$$\tan\varphi \cong -\frac{X_l}{R_l}$$

L'angolo di fase ϑ di V_1 rispetto a V_2, è infine espresso dalla relazione:

$$\tan\vartheta = \frac{\overline{EB}}{\overline{OB}} \cong \frac{X_l I \cos\varphi - R_l I \sin\varphi}{V_1}$$

Caduta di tensione industriale

La caduta di tensione $\Delta V = V_p - V_a$ in una linea è la differenza aritmetica tra i valori efficaci della tensione in partenza, V_p e della tensione in arrivo, V_a . Quindi

$$\Delta V = V_p - V_a$$

Nessun problema dunque nel calcolarla misurando direttamente i valori di tensione, ciò che interessa però è poterla determinare in base alle caratteristiche della linea e del carico.

In continua

le cose sono abbastanza semplici. È sufficiente conoscere la corrente I e la resistenza R_L della linea. L'unica difficoltà è stabilire la temperatura di funzionamento del conduttore, ma c'è da dire che essa ha un limite superiore che dipende dall'isolamento. Quindi ci si può riferire a quella.

$$\Delta V = R_l I$$

dove:
$R_l = \rho_\vartheta \, 2xl/A$ [2]
l: Lunghezza della linea bifilare (m)
A: Sezione del conduttore di linea (mm^2)
$\rho_\vartheta = \rho_0(1 + \alpha\vartheta)$
ρ_0: Resistività a 0°C $\left(\frac{\Omega mm^2}{m}\right)$ ⇢ (0,016 per il rame)
ϑ: Temperatura del conduttore (°C)
α: Coefficiente di temperatura (1/°C) ⇢ (4,3x10^{-3} per il rame)

In alternata

le cose si complicano, sia perché si devono considerare linee monofasi e trifasi, sia in quanto occorre tenere conto, oltre che della resistenza e della corrente, anche della reattanza della linea, X_l, e del fattore di potenza del carico, $\cos\varphi$. Questo per le linee in bassa tensione ed in media è sufficiente che non siano mai molto lunghe (massimo alcune decine di km).
Per le linee in alta tensione, di lunghezza nettamente superiore, è indispensabile considerare anche gli elementi trasversali, in particolare la capacità di esercizio. Ma non è il nostro caso

La formula usata

Si complicano, dicevamo, ma non eccessivamente comunque. C'è però una cosa da osservare. Mentre in continua l'espressione della caduta di tensione precedentemente fornita è sostanzialmente esatta, tale non è la formula correntemente usata in alternata. È una formula approssimata chiamata ***caduta di tensione industriale***. In genere non si specifica approssimata, perché, in condizioni normali, che sono quelle in cui la caduta è piccola rispetto alla tensione nominale, la formula non dà errori apprezzabili.
Eccola

$$\Delta V = V_1 - V_2 \cong kI(R_l \cos\varphi + X_l \sin\varphi)$$

$k = 1 \Longrightarrow monofase$
$k = \sqrt{3} = 1{,}73 \Longrightarrow trifase$
I: Corrente di linea (A)
$\cos\varphi$: Fattore di potenza del carico

Per la resistenza vale sostanzialmente quanto detto per la continua, anche se in teoria occorrerebbe tenere conto dell'effetto pelle che comporta una riduzione della sezione utile del conduttore. Ma è un effetto in genere trascurabile per le usuali linee degli impianti industriali. Ad ogni modo la resistenza, ed anche la reattanza del resto, di ogni cavo, sono forniti dal produttore dei cavi o da tabelle.

[2] Nella formula c'è $2xl$ perché è la resistenza della linea bifilare costituita cioè da due conduttori ognuno lungo l e quindi la lunghezza dell'intera linea è pari a $2xl$.

Può essere più comoda la seguente formula che mette in evidenza la lunghezza della linea ed i parametri unitari di resistenza e reattanza del cavo

$$\Delta V = V_1 - V_2 \cong kIL(r_l \cos\varphi + x_l \sin\varphi)$$

$k = 2 \Longrightarrow monofase$
$k = \sqrt{3} = 1{,}73 \Longrightarrow trifase$
I: Corrente di linea (A)
$\cos\varphi$: Fattore di potenza del carico
L: Lunghezza della linea (km)
r_l: Resistenza unitaria (Ω/km)
x_l: Reattanza unitaria (Ω/km)

La somma dà la formula mostrata in precedenza. Il fattore $k = 1{,}73$, che è la radice quadrata di tre, per il caso trifase è dovuto al fatto che in questo caso si deve considerare la tensione concatenata che è $1{,}73$ volte la tensione stellata, per la stellata vale la formula con $k = 1$ come per il monofase, con la differenza che come lunghezza del filo per calcolare la resistenza di linea si deve considerare l e non $(2 * l)$.[3]

Metodo di calcolo

Nel caso di linee di distribuzione che alimentano più carichi non concentrati all'estremità, oppure per linee alimentate da entrambi i lati, è possibile calcolare la sezione dei conduttori facendo alcune ipotesi semplificative e ricorrendo al *metodo dei momenti amperometrici*. Il metodo può essere applicato sia a linee in cavo, sia aeree, anche se in pratica viene utilizzata la distribuzione in cavo e si basa sempre sul criterio della c.d.t. ammissibile.
Si consideri l'espressione della c.d.t. industriale di una linea in regime alternato lunga L:

$$\Delta V = V_1 - V_2 \cong kIL(r_l \cos\varphi + x_l \sin\varphi)$$

$k = 2 \Longrightarrow monofase$
$k = \sqrt{3} = 1{,}73 \Longrightarrow trifase$
I: Corrente di linea (A)
$\cos\varphi$: Fattore di potenza del carico
L: Lunghezza della linea (km)
r_l: Resistenza unitaria (Ω/km)
x_l: Reattanza unitaria (Ω/km)

Indicando con

$$\Delta E = \frac{\Delta V}{k} = \mathrm{I} * \mathrm{L} * (r_l \cos\varphi + x_l \sin\varphi)$$

La c.d.t. relativa ad una fase, si può scrivere:

$$\Delta E = \mathrm{L} * r_l * I \cos\varphi + L * x_l * I \sin\varphi \qquad (1.1)$$

I termini

$$I \cos\varphi = I_r$$
$$I \sin\varphi = I_l$$

rappresentano le componenti attiva e reattiva della corrente, come mostrato dal diagramma di figura 3, relativo a un carico ohmico-induttivo.

[3] Solo l perché la resistenza di linea è r_L e cioè la resistenza unitaria del singolo conduttore.

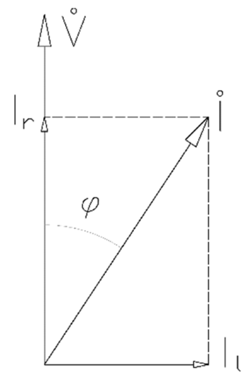

Fig. 3 – Diagramma vettoriale di un carico R-L

Nella (1.1) si può porre

$$L * r_l * I \cos\varphi = L * r_l * I_r = \Delta E_r \qquad (1.2)$$
$$L * x_l * I \sin\varphi = L * x_l * I_l = \Delta E_l \qquad (1.3)$$

e si ottiene

$$\Delta E = \Delta E_r + \Delta E_l \qquad \text{da cui} \qquad \Delta E_r = \Delta E - \Delta E_l$$

Avendo stabilito il valore della ΔV ammissibile e della reattanza chilometrica, si calcolano $\Delta E = \Delta V/k$ e ΔE_l con la (1.3) e quindi, per differenza, la ΔE_r.
Sostituendo nella (1.2) l'espressione

$$r_l = \frac{R_l}{L} = \rho\frac{L}{S}\frac{1}{L} = \frac{\rho}{S}$$

si ha:

$$\Delta E_r = \frac{L\rho I_r}{S}$$

da cui

$$S = \frac{L\rho I_r}{\Delta E_r} \qquad (1.4)$$

Che dà il valore della sezione.

Il prodotto $LI_r = M_r$ è detto *momento amperometrico* della componente attiva della corrente e si misura in $A * m$.
Ponendo in modo analogo, $LI_l = M_l$, la (1.4) diventa:

$$S = \frac{\rho M_r}{\Delta E_r} = \frac{\rho M_r}{\Delta E - \Delta E_l} = \frac{\rho M_r}{\Delta E - Lx_l I_l}$$

e quindi

$$S = \frac{\rho M_r}{\Delta E - x_l M_l} \qquad (1.5)$$

La (1.4) evidenzia che la sezione da scegliere è tanto più elevata quanto maggiori sono la lunghezza e la corrente di linea e quanto più piccola è la c.d.t. ammessa.
Con la (1.5) è possibile calcolare la sezione dei conduttori di linee alimentate a una estremità e con uno o più carichi collegati all'altro estremo.

Linea aperta con carichi distribuiti

Si consideri una linea (fig. 4) che alimenta tre carichi che assorbono rispettivamente le correnti I_1, I_2, I_3; si indichino con d_1, d_2, d_3 le lunghezze dei tre tronchi, con L_1, L_2, L_3 le distanze dei carichi dall'origine A della linea e con J_1, J_2, J_3 le correnti nei tre tratti di linea.

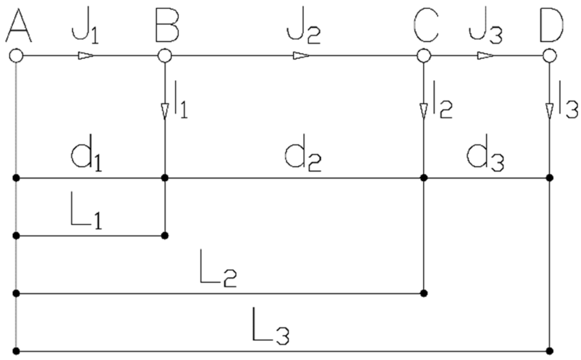

Fig. 4 – Linea con carichi distribuiti

Per il calcolo si fa l'ipotesi che la linea abbia sezione costante anche se, essendo $J_1 \neq J_2 \neq J_3$, a rigore i tre tratti dovrebbero avere sezione diversa.

Scomponendo le tre correnti, supposte tutte in ritardo rispetto alle relative tensioni, nelle componenti attive e induttive si ha:

$$I_{r1} = I_1 \cos\varphi_1 \quad I_{r2} = I_2 \cos\varphi_2 \quad I_{r3} = I_3 \cos\varphi_3$$
$$I_{l1} = I_1 \sin\varphi_1 \quad I_{l2} = I_2 \sin\varphi_2 \quad I_{l3} = I_3 \sin\varphi_3$$

Ritenendo trascurabili, come effettivamente sono, gli sfasamenti introdotti dalle c.d.t. nei vari tronchi, le tensioni nei punti B, C, e D saranno in fase e quindi *tutte le componenti attive saranno in fase tra loro, come pure quelle induttive*.

È pertanto possibile calcolare le componenti delle correnti di linea mediante delle somme algebriche:

$$J_{r3} = I_{r3} \quad J_{r2} = I_{r3} + I_{r2} \quad J_{r1} = I_{r3} + I_{r2} + I_{r1}$$
$$J_{l3} = I_{l3} \quad J_{l2} = I_{l3} + I_{l2} \quad J_{l1} = I_{l3} + I_{l2} + I_{l1}$$

Indicando con ΔE la c.d.t. totale (tratto AD) relativa a una fase e con $\Delta E_1, \Delta E_2, \Delta E_3$ le c.d.t. relative ai singoli tratti, si avrà:

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 = \Delta E_{r1} + \Delta E_{r2} + \Delta E_{r3} + \Delta E_{l1} + \Delta E_{l2} + \Delta E_{l3}$$

e sostituendo le espressioni (1.2) e (1.3), si ha:

$$\begin{aligned}\Delta E &= d_1 * r_l * J_{r1} + d_2 * r_l * J_{r2} + d_3 * r_l * J_{r3} + d_1 * x_l * J_{l1} + d_2 * x_l * J_{l2} + d_3 * x_l * J_{l3} \\ &= r_l(d_1 * J_{r1} + d_2 * J_{r2} + d_3 * J_{r3}) + x_l(d_1 * J_{l1} + d_2 * J_{l2} + d_3 * J_{l3})\end{aligned}$$

Sostituendo le espressioni delle J precedentemente ricavate e considerato che

$$d_1 = L_1 \quad d_2 = L_2 - L_1 \quad d_3 = L_3 - L_2$$

si ha:

$$(d_1 * J_{r1} + d_2 * J_{r2} + d_3 * J_{r3}) = L_1 * (I_{r3} + I_{r2} + I_{r1}) + (L_2 - L_1) * (I_{r3} + I_{r2}) + (L_3 - L_2) * I_{r3}$$

Svolgendo e semplificando i termini simili, l'espressione diventa:

$$L_1 * I_{r1} + L_2 * I_{r2} + L_3 * I_{r3} = M_r \qquad (1.6)$$

Che è il momento amperometrico totale rispetto al punto A delle componenti attive delle correnti dei carichi.

Analogamente per le componenti induttive, si ha:

$$d_1 * J_{l1} + d_2 * J_{l2} + d_3 * J_{l3} = L_1 * I_{l1} + L_2 * I_{l2} + L_3 * I_{l3} = M_l \qquad (1.7)$$

L'espressione della ΔE diventa

$$\Delta E = r_l * M_r + x_l * M_l$$

ed essendo $r_l = {}^{\rho}/_{S}$ si ha

$$\Delta E = \frac{\rho * M_r}{S} + x_l * M_l$$

da cui

$$\Delta E - x_l * M_l = \frac{\rho * M_r}{S}$$

e quindi

$$S = \frac{\rho * M_r}{\Delta E - x_l * M_l} \qquad (1.8)$$

Per applicare l (1.8) occorre preventivamente fissare la x_l e la ΔE.
È evidente l'identità formale tra la (1.8) e la (1.5) solo che, in questo caso, i momenti M_r e M_l sono quelli totali di tutto il sistema dei carichi.
La verifica della portata andrà fatta per il tronco dove transita la corrente maggiore data da

$$J_1 = \sqrt{J_{r1}^2 + J_{l1}^2}$$

È ovvia l'estensione del metodo di calcolo al caso di un numero qualsiasi di carichi.

Linea aperta diramata
Si consideri una linea (fig. 5) alimentata all'estremità e diramata dal punto B in due tronchi di lunghezza $L_2\ e\ L_3$. La linea verrà calcolata adottando una certa sezione per il tratto AB e sezioni diverse per BC e BD.

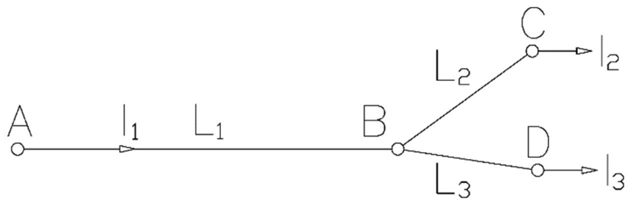

Fig. 5 – Linea diramata

Il metodo si basa sulla sostituzione dei carichi diramati con un unico carico equivalente, avente lo stesso momento amperometrico rispetto al punto B e posto ad una distanza d dal punto B come mostrato in fig. 6.

Fig. 6 – Carico equivalente

Considerando le componenti attive e con le notazioni del paragrafo precedente, l'uguaglianza dei momenti si esprime con

$$L_2 * I_{r2} + L_3 * I_{r3} = d * I_{r1}$$

dove

$$I_{r1} = I_{r2} + I_{r3}$$

La *distanza equivalente* è quindi data da

$$d = \frac{L_2 * I_{r2} + L_3 * I_{r3}}{I_{r2} + I_{r3}} \quad (1.9)$$

Avendo adesso un solo carico, posto a distanza $L_1 + d$, è possibile applicare la formula (1.4), ottenendo per il tratto AB

$$S_1 = \frac{\rho(L_1 + d)(I_{r2} + I_{r3})}{\Delta E_r} \quad (1.10)$$

Per valutare la ΔE, occorre calcolare la componente ΔE_l, data dalla somma di ΔE_{l1} e della maggiore tra le ΔE_l relative ai tratti diramati in parallelo. Supponendo che sia $\Delta E_{l2} > \Delta E_{l3}$ sì ha

$$\Delta E_l = \Delta E_{l1} + \Delta E_{l2} = L_1 * x_l(I_{l2} + I_{l3}) + L_2 * x_l * I_{l2}$$

e

$$\Delta E_r = \Delta E - \Delta E_l$$

Per calcolare le sezioni dei tratti diramati BC e BD si calcola la c.d.t. del tratto AB (componente resistiva)

$$\Delta E_{r1} = \frac{\rho * L_1(I_{r2} + I_{r3})}{S_1}$$

E quindi, per i due tratti in parallelo, si ha

$$\Delta E_{r23} = \Delta E_r - \Delta E_{r1}$$

e riapplicando la (1.4)

$$S_2 = \frac{\rho * L_2 * I_{r2}}{\Delta E_{r23}}; \quad S_3 = \frac{\rho * L_3 * I_{r3}}{\Delta E_{r23}} \quad (1.11)$$

Le portate andranno verificate poi in base alle correnti dei vari tratti.
È evidente l'estensione e la conseguente complicazione per un maggior numero di diramazioni.
Qualora si dovessero avere più punti di diramazione è possibile risolvere il problema riducendo man mano i carichi con il principio della distanza equivalente partendo da quelli più lontani dal punto di alimentazione.

Linea alimentata alle due estremità

Si consideri (fig. 7) una linea alimentata da entrambe le estremità A e B, con un carico derivato nel punto C. Il calcolo viene fatto *imponendo costante la sezione*, ossia $S_{AC} = S_{BC} = S$. Si suppone inoltre che le tensioni nei punti A e B siano uguali e quindi, indicando con ΔE_1 e ΔE_2 le c.d.t. di una fase dei tratti AC e BC, dovrà essere

$$\Delta E_1 = \Delta E_2 = \Delta E$$

Che è il valore della c.d.t. fissato.
Imponendo l'uguaglianza dei momenti amperometrici rispetto al punto C, si ha

$$L_A * I_{rA} = L_B * I_{rB} \quad e \quad L_A * I_{lA} = L_B * I_{lB} \quad (1.12)$$

Rispettivamente per le componenti attive e induttive delle correnti di linea.

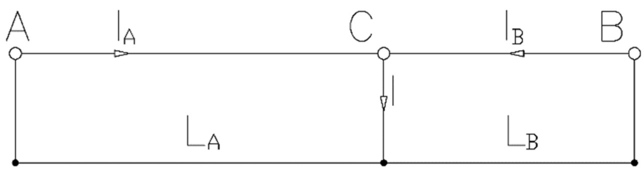

Fig. 7 – Linea alimentata alle due estremità con carico intermedio

Per la legge ai nodi, applicata al nodo C, si dovrà avere

$$I_{rA} + I_{rB} = I_r \quad e \quad I_{lA} + I_{lB} = I_l$$

Essendo $I_r = I \cos\varphi$ e $I_l = I \sin\varphi$ le componenti della corrente di carico.

Sostituendo $I_{rB} = I_r - I_{rA}$ nella prima delle (1.12) si ha

$$L_A * I_{rA} = L_B * (I_r - I_{rA}) \quad da\ cui \quad L_A * I_{rA} + L_B * I_{rA} = L_B * I_r$$

E quindi

$$I_{rA} = \frac{L_B * I_r}{L_A + L_B} \quad (1.13)$$

Con analogo procedimento abbiamo

$$I_{rB} = \frac{L_A * I_r}{L_A + L_B} \quad (1.14)$$

Operando nello stesso modo per la seconda delle (1.12) si ottengono le componenti induttive

$$I_{lA} = \frac{L_B * I_l}{L_A + L_B} \quad (1.15)$$

$$I_{lB} = \frac{L_B * I_l}{L_A + L_B} \quad (1.16)$$

Scrivendo l'espressione della c.d.t. relativa ad una fase, per uno dei due tratti, si ha

$$\Delta E = \Delta E_r + \Delta E_l = \frac{\rho}{S} L_A I_{rA} + x_l L_A I_{lA}$$

E quindi

$$S = \frac{\rho L_A I_{rA}}{\Delta E - x_l L_A I_{lA}} \quad (1.17)$$

Oppure

$$S = \frac{\rho L_B I_{rB}}{\Delta E - x_l L_B I_{lB}} \quad (1.17)$$

Le (1.17) sono analoghe alle (1.5); infatti i due circuiti (AC e CB) possono essere possono essere considerati come due linee con carico terminale.

Nel caso di più carichi distribuiti lungo il tratto AB il discorso si fa più complicato. Analiticamente è possibile risolvere il problema cercando il *punto di separazione*, ossia il punto in cui le correnti nei vari tratti di linea convergono (fig. 8).

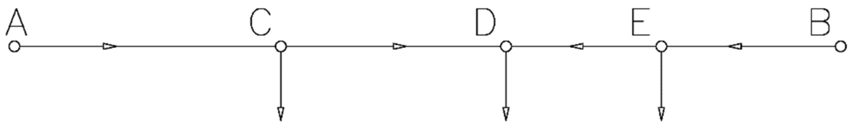

Fig. 8 – Linea alimentata alle due estremità con carichi diramati

Trovato il punto di separazione si può dividere la linea nei tronchi AD e BD e trattarli come linee aperte con carichi distribuiti.
È anche possibile adottare un *metodo per tentativi*, si assegna una data sezione, si calcolano le correnti nei vari tratti e si verifica l'ottenimento della c.d.t.; nel caso di verifica negativa si cambia il valore della sezione e si prosegue.

Cenno sulle linee ad anello
Nel caso di fig. 9 a) il metodo di calcolo consiste nell'aprire la linea, fig. 9 b) e considerarla alimentata alle due estremità con carichi distribuiti, ricadendo quindi nel caso mostrato nella fig. 6.

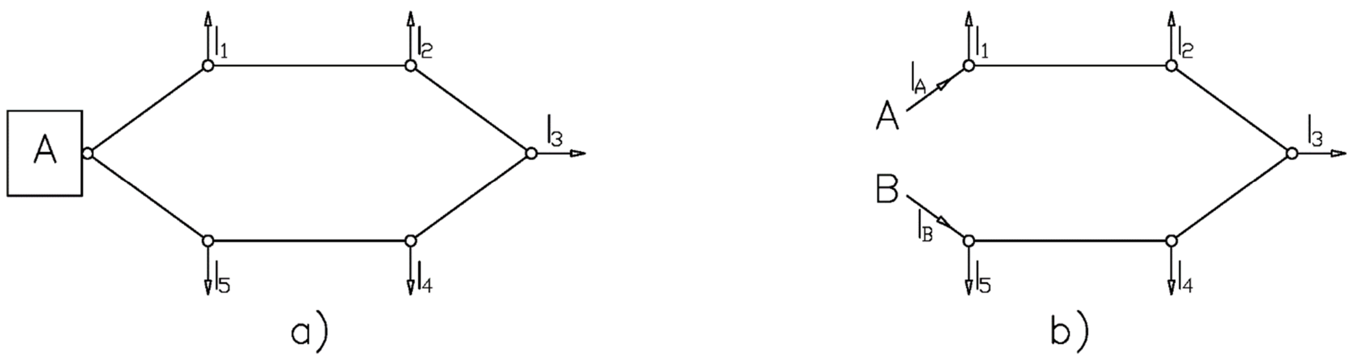

Fig. 9 – a) e b) Linea ad anello

Sommario