Compito di Elettrotecnica

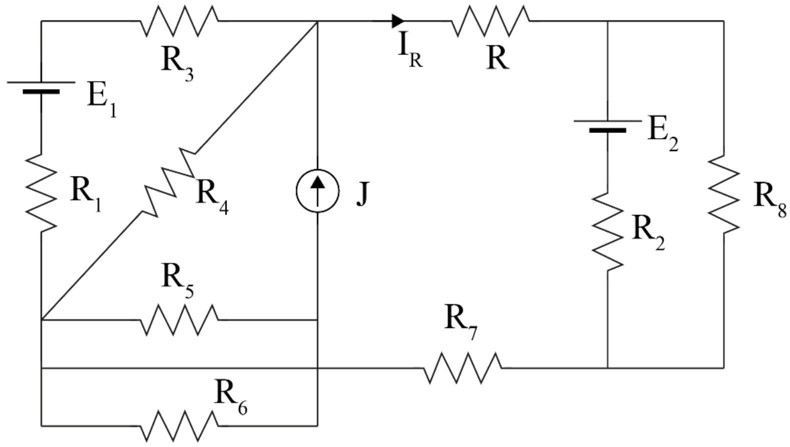
25 Novembre 2025

Nome e Cognome ……………………………………………………………. Matricola……………………

Corso di Laurea……………………………………………………

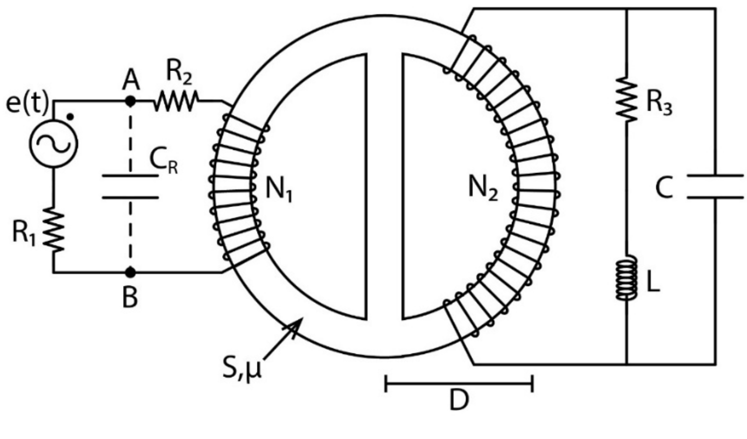
ES.1 – Il circuito in figura è a regime. Si richiede di determinare la corrente I_R che attraversa la resistenza R, applicando il teorema di Norton. Inoltre, calcolare la potenza dissipata sulla resistenza R_8.

$$\mathbf{E_1 = 10\ V;\ E_2 = 5\ V;\ J = 2\ A;\ R = 5\ \Omega;\ R_1 = 3\ \Omega;\ R_2 = 4\ \Omega;\ R_3 = 5\ \Omega;}$$
$$\boldsymbol{R_4} \mathbf{= 1\ \Omega;\ R_5 = 3\ \Omega;\ R_6 = 4\ \Omega;\ R_7 = 7\ \Omega;\ R_8 = 2\ \Omega.}$$



ES.2 – Il sistema rappresentato è a regime. Determinare il valore della capacità C_R da collegare tra i morsetti A e B per rifasare parzialmente il carico a valle della sezione.

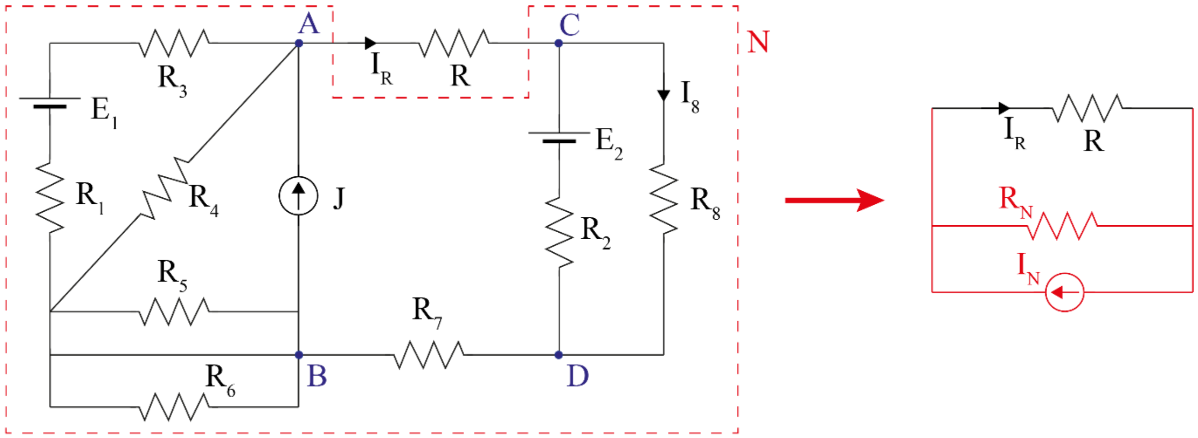
$$\boldsymbol{e(t) = 2\sqrt{2}\sin\left(\mathbf{wt} + \frac{\pi}{2}\right)}\ \mathbf{V};\ \boldsymbol{\mu_r = 1000;\ R_1 = 2\ \Omega;\ R_2 = 3\ \Omega;\ R_3 = 5\ \Omega;}\ \mathbf{L = 0.3mH;\ w =}$$
$$\mathbf{100rad/sec;}\ \boldsymbol{C = 5\ mF;}\ \mathbf{N_1 = 100;}\ \boldsymbol{N_2 = 200;\ S = 5\ cm^2,\ D = 2}\ \mathbf{cm; \cos}\ \boldsymbol{\varphi_R = 0.9}$$



Esercizio 1

Applico il teorema di Norton al sistema in figura, ovvero sostituiamo alla rete N il generatore equivalente di corrente.

#1



Applicando la regola del partitore di corrente ad un parallelo costituito da due sole resistenze, si ottiene la corrente I_R che attraversa la resistenza R:

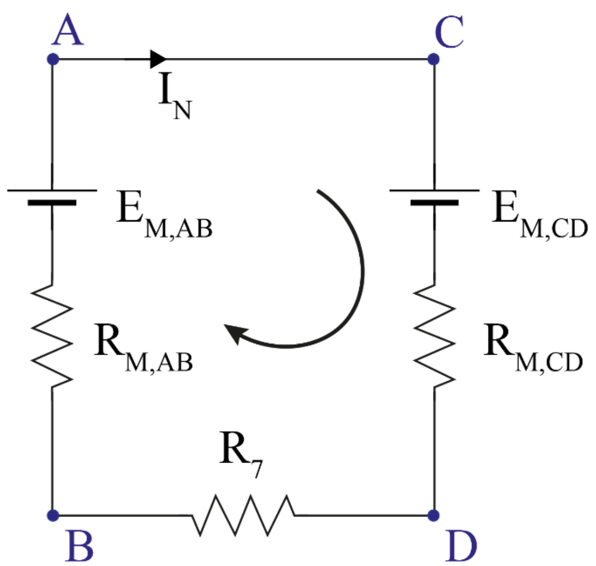
$$I_R = I_N \frac{R_N}{R_N + R}$$

Le incognite sono I_N ed R_N.

La I_N è la corrente di cortocircuito che scorre nel ramo una volta cortocircuitato ($I_N = I_{cc}$). Sostituisco quindi la resistenza R con un corto circuito. Le resistenze R_5 ed R_6 sono in parallelo ad un corto circuito e quindi si possono trascurare.

Applichiamo il teorema di Millman tra i nodi A e B e tra i nodi C e D:

#2



$$E_{M,AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_3} + J}{\frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_4}} = 2.88\ V$$

$$R_{M,AB} = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_4}} = 0.89\ \Omega$$

$$E_{M,CD} = \frac{\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_8}} = 1.67\ V$$

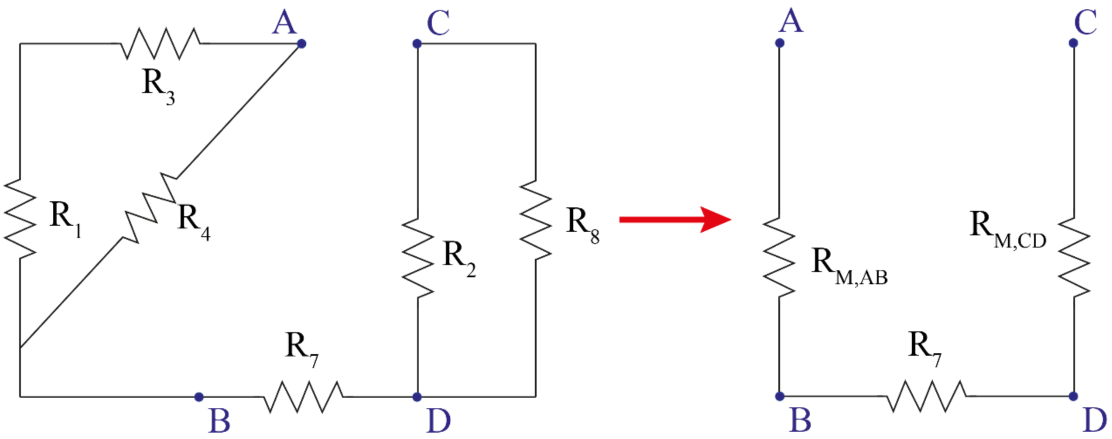
$$R_{M,CD} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_8}} = 1.33\ \Omega$$

Applichiamo l'equazione alla maglia (percorsa in senso orario) per ricavare il valore della corrente I_N.

$$E_{M,AB} - E_{M,CD} = (R_{M,AB} + R_{M,CD} + R_7)\ I_N$$

$$I_N = \frac{E_{M,AB} - E_{M,CD}}{R_{M,AB} + R_{M,CD} + R_7} = 0.1325\ A$$

Passiviamo la rete per ricavare la resistenza R_N vista dai morsetti AC (ovvero sostituiamo tutte le fem dei generatori indipendenti di tensione con un cortocircuito ed apriamo tutti i generatori indipendenti di corrente).



$$R_N = R_{M,AB} + R_7 + R_{M,CD} = 9.22\ \Omega$$

Quindi $I_R = \ 0.0859\ A$

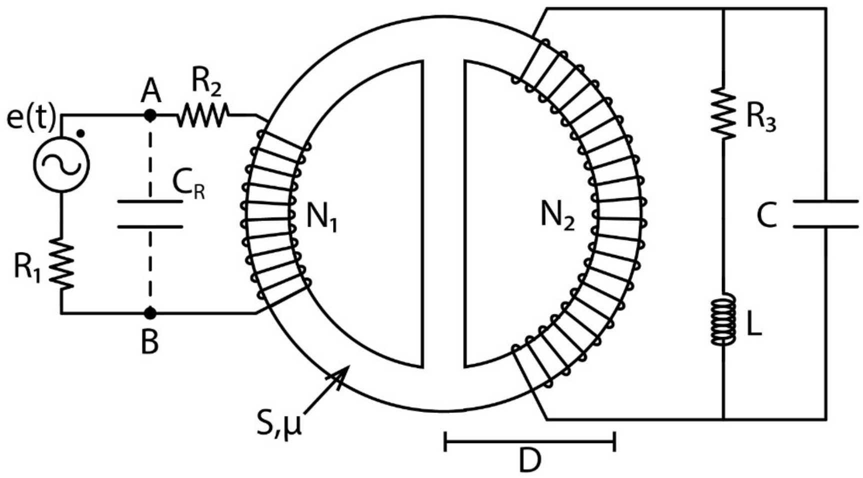
La potenza dissipata sulla resistenza R_8 è $P_{R_8} = V_{CD} I_8 = R_8 I_8^2 = R_8 \left(\frac{V_{CD}}{R_8}\right)^2$

Dal circuito #2 ricavo la V_{CD} usando la legge di Ohm:

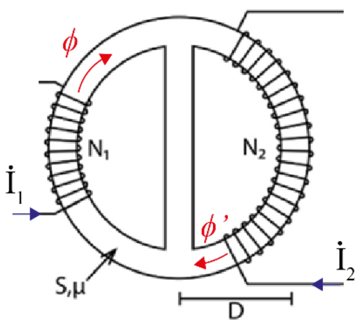
$$V_{CD} = E_{M,CD} + R_{M,CD} I_N = 1.84\ V$$

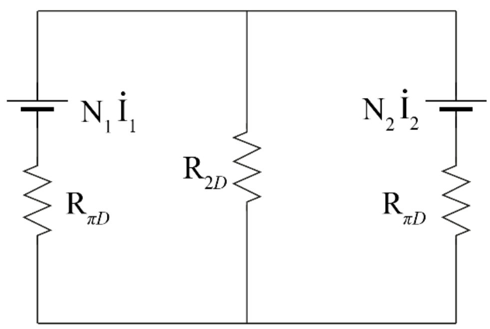
Quindi $P_{R_8} = 1.699\ W$

Esercizio 2



Trasformiamo il circuito magnetico nell'equivalente elettrico:





Calcoliamo le riluttanze equivalenti:

$$R_{2D} = \frac{2D}{\mu_0 \mu_r S} = 6.36 \times 10^3 \ \mathrm{H}^{-1} \qquad R_{\pi D} = \frac{\pi D}{\mu_0 \mu_r S} = 1 \times 10^4 \ \mathrm{H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_{eq} = \frac{R_{\pi D} * R_{2D}}{R_{\pi D} + R_{2D}} + R_{\pi D} = 1.39 \times 10^4 \ \mathrm{H}^{-1}$$

Calcoliamo i coefficienti di auto induzione:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{eq}} = 0.72 \ \mathrm{H} \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{eq}} = 2.88 \ H$$

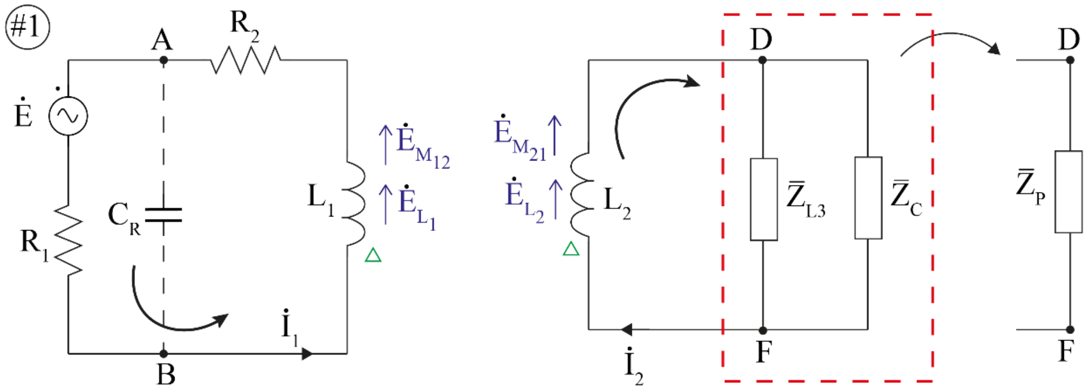
Calcoliamo i coefficienti di mutua induzione (tutte >0):

$$M_{12} = M_{21} = \alpha_{12} \frac{N_1 N_2}{R_{eq}} = 0.56 \ H$$

Dove α_{12} è il coefficiente di ripartizione dei flussi:

$$\alpha_{12} = \frac{R_{2D}}{R_{\pi D} + R_{2D}} = 0.389$$

Il circuito passando al dominio dei fasori diventa:



Dove:

$\dot{E} = j2$ V
$\bar{Z}_{L3} = R_3 + j\omega L = 5 + j10^5\ \Omega$ (impedenza equivalente tra R_3 e L)
$\bar{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j2\ \Omega$

L'impedenza tra i nodi D ed F è data dal parallelo tra $\bar{Z}_{L3}$ e $\bar{Z}_C$:

$$\bar{Z}_P = \frac{\bar{Z}_{L3}\bar{Z}_C}{\bar{Z}_{L3} + \bar{Z}_C} = -j2\ \Omega$$

Calcoliamo le correnti $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ risolvendo il sistema costituito dalle equazioni alle due maglie (la maglia a sinistra è percorsa in senso antiorario, mentre quella a destra in senso orario):

$$\begin{cases} \dot{E}_{L_1} + \dot{E}_{M_{12}} - \dot{E} = (R_1 + R_2)\,\dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L_2} + \dot{E}_{M_{21}} = \bar{Z}_P \dot{I}_2 \end{cases}$$

Sostituendo le varie f.e.m. e tenendo presente che le mutue sono > 0 abbiamo:

$$\begin{cases} -j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{12}\dot{I}_2 - \dot{E} = (R_1 + R_2)\dot{I}_1 \\ -j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{21}\dot{I}_1 = \bar{Z}_P \dot{I}_2 \end{cases}$$

Da cui ricaviamo:

$$\dot{I}_1 = 0.0326 + j0.0027 \text{ A} \qquad \dot{I}_2 = -0.0064 - j0.0005 \text{ A}$$

Per il calcolo della capacità da inserire tra A e B per rifasare parzialmente in carico, calcolo la potenza complessa tra A e B: $\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB}\breve{I}_1$

Dalla legge di Ohm generalizzata ricavo la $\dot{V}_{AB}$:

$$\dot{V}_{AB} = \dot{E} + R\dot{I}_1 = 0.0651 + j2.0053\, V$$

La potenza complessa è: $\bar{S}_{AB} = P_{AB} + jQ_{AB} = 0.0075 + j0.0651 \text{ VAC}$

La potenza attiva $P_{AB} = 0.0075 \text{ W}$

La potenza reattiva $Q_{AB} = 0.0651 \text{ VAR}$

Da cui si ricava che l'angolo è: $\varphi_C = \text{atan}\left(\frac{Q_{AB}}{P_{AB}}\right) = 83.46°$

L'angolo richiesto è: $\varphi = \text{acos}(0.98) = 11.48°$

Essendo $\varphi_C > \varphi$ bisogna rifasare:

$$C_R = \frac{Q_{AB} - P_{AB}\tan(\varphi)}{\omega V_{AB}^2} = 1.58 \times 10^{-4}\, F$$

Dove $V_{AB} = |\dot{V}_{AB}|$