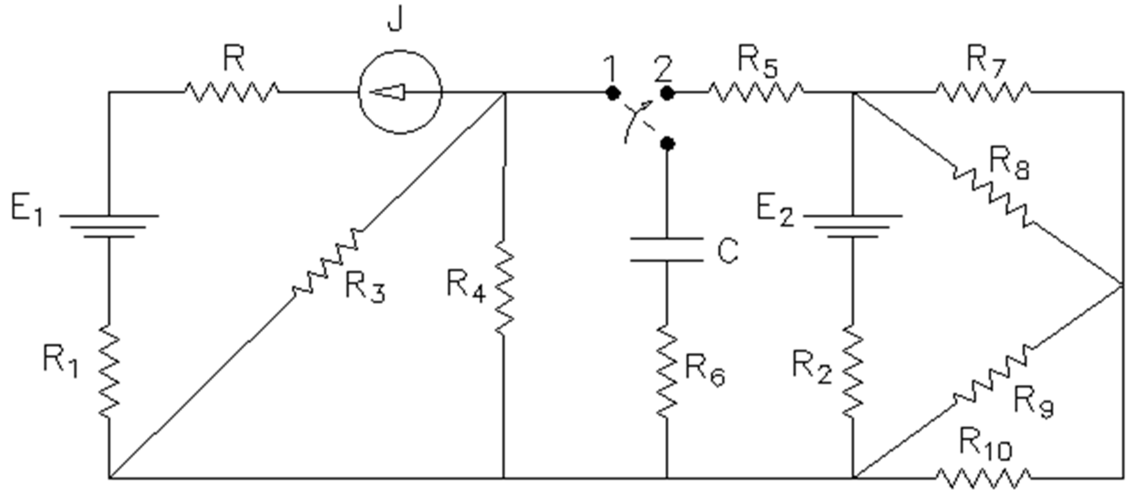
Compito 04 Giugno 2025

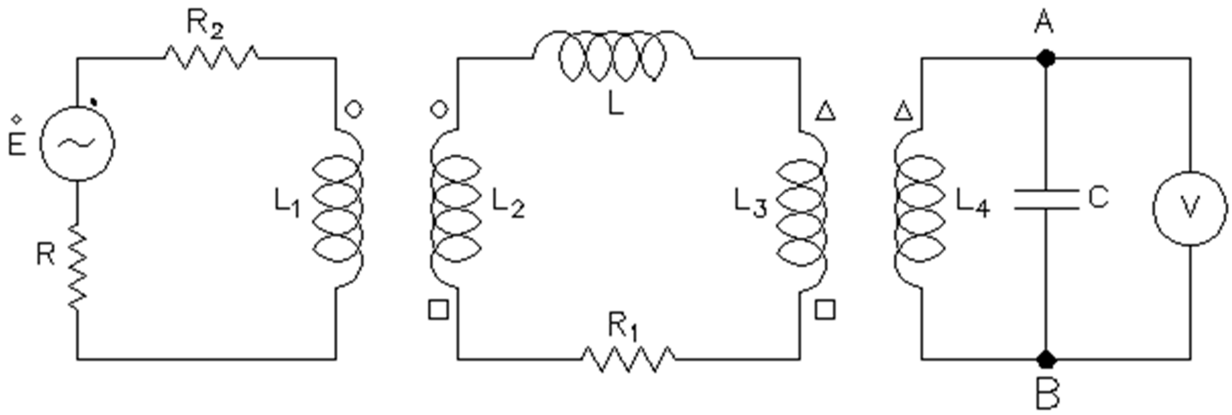
ES.1-Il circuito figura è a regime. All'istante t=0 il tasto si commuta in posizione 2. Si richiede di determinare e graficare l'espressione temporale della tensione ai capi di C. Il condensatore si carica o si scarica? Inoltre, determinare la potenza dissipata su R_8 dopo la commutazione del tasto.



E_1=5 V; E_2=3 V; J =0.4 A; R_1= R_5=2 Ω; R_2=R_6=4.2 Ω; R_3=5 Ω;

R_4=6 Ω; R_7=7 Ω; R_8=R_9=2 Ω; R_{10}=8 Ω; R=9 Ω; C=0.2 mF

ES.2-Il sistema rappresentato è a regime. Si richiede di determinare la tensione misurata dal voltmetro ideale e la potenza attiva e reattiva ai capi del generatore reale.



$\boldsymbol{e(t) = 2\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi/3)}$ **V;** $\boldsymbol{R_1 = 4\ \Omega; R = 5\ \Omega; C = 10\ mF;}$
$\boldsymbol{k_{12} = 0.7; k_{23} = 0.75; k_{34} = 0.95; L = 2}$ **mH;** $\boldsymbol{L_1 = 4}$ **mH;** $\boldsymbol{L_2 = 0.5}$ **mH;**
$\boldsymbol{L_3 = 1}$ **mH;** $\boldsymbol{L_4 = 10}$ **mH;** $\boldsymbol{f = 50}$ **Hz**

Esercizio N. 1 04 Giugno 2025

Il circuito figura è a regime. All'istante t=0 il tasto si commuta in posizione 2. Si richiede di determinare e graficare l'espressione temporale della tensione ai capi di C. Il condensatore si carica o si scarica? Inoltre, determinare la potenza dissipata su R_8 dopo la commutazione del tasto.

Evidenziando i nodi, abbiamo Fig. 1:

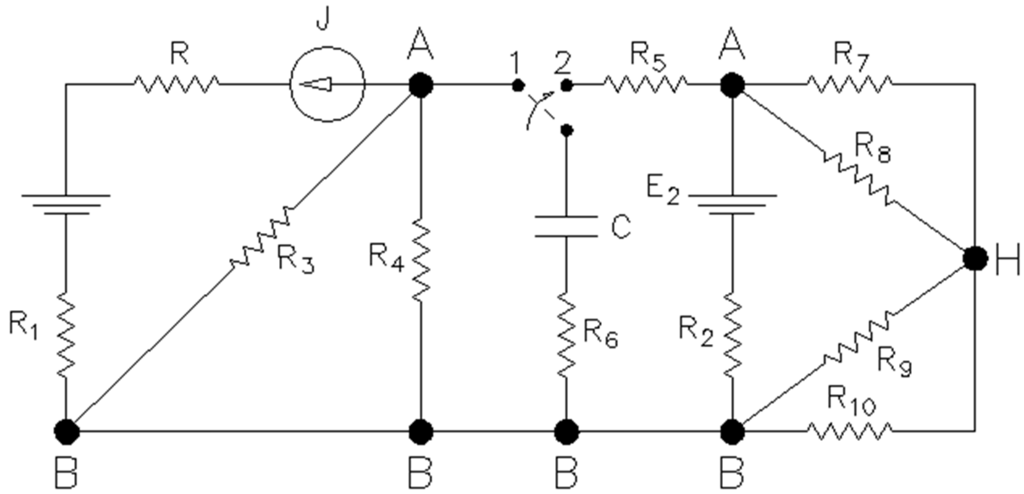


Figura 1

L'espressione generica dell'andamento della tensione ai morsetti di un condensatore sappiamo essere:

$$v_c(t) = v_c(0)e^{-\frac{t}{\tau}} + v_c(\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

dove:

- $v_c(0)$ è la tensione ai morsetti del condensatore C prima della commutazione del tasto;
- $v_c(\infty)$ è la tensione ai morsetti del condensatore C dopo la commutazione del tasto ed a regime finale;
- $\tau = R_{eq}C$ è la costante di tempo che dipende dalla resistenza R_{eq} vista da C a regime permanente finale ed una volta reso passivo il sistema.

A regime permanente continuo il condensatore si comporta come un circuito aperto.

Per calcolare $v_c(0)$, cioè con il tasto in posizione 1, ci riferiamo al sistema di Fig. 2.

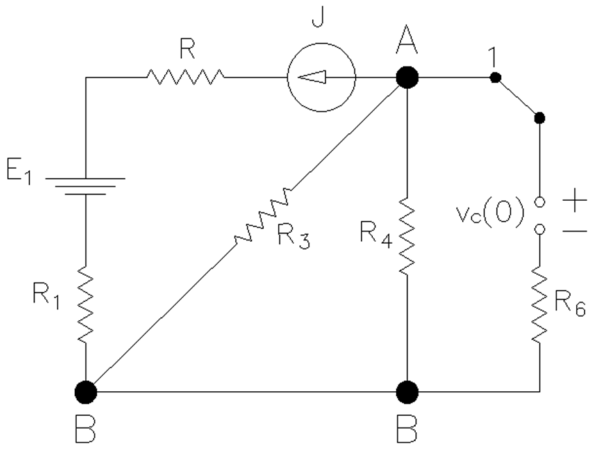


Figura 2

Le resistenze R_3 ed R_4 sono collegate in parallelo e, quindi, possiamo calcolare la resistenza equivalente al parallelo, Fig. 3:

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

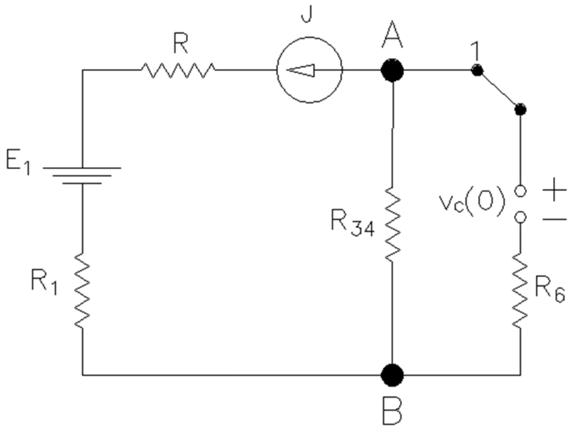


Figura 3

Nell'unica maglia circola la corrente J per cui abbiamo:

$$\boldsymbol{v_c(0) = v_{AB} = R_{34}J}$$

Per calcolare $v_c(\infty)$, cioè con il tasto in posizione 2 e con il transitorio estinto, ci riferiamo al sistema di Fig. 4.

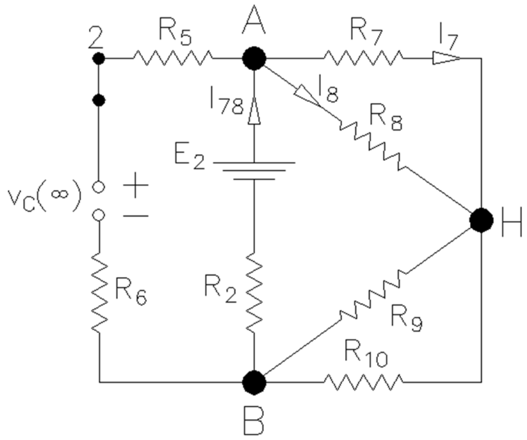


Figura 4

Le resistenze R_7 ed R_8 sono collegate in parallelo, anche le resistenze R_9 ed R_{10} sono collegate in parallelo e, quindi, possiamo calcolare le resistenze equivalenti per entrambi i paralleli, Fig. 5:

$$R_{78} = \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8} \qquad R_{910} = \frac{R_9 R_{10}}{R_9 + R_{10}}$$

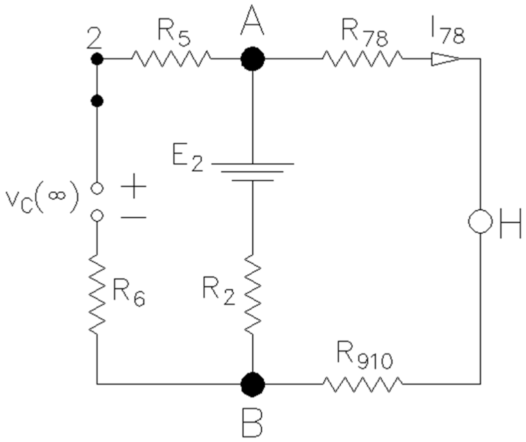


Figura 5

Applicando Millmann tra i nodi A e B fra i rami $(E_2 - R_2)$ e la serie $(R_{78} - R_{910})$, arriviamo al sistema di Fig. 6:

$$E_M = \frac{\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{78} + R_{910}}} \quad ; \quad R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{78} + R_{910}}}$$

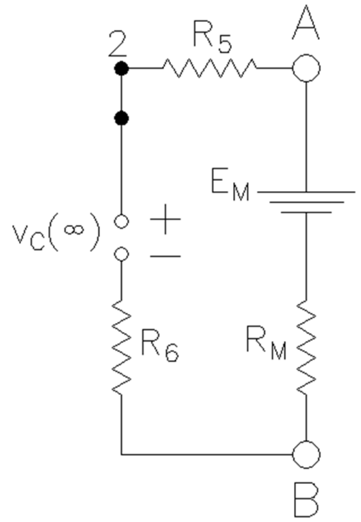


Figura 6

per cui:

$$v_c(\infty) - E_M = 0$$

da cui:

$$\boldsymbol{v_c}(\infty) = \boldsymbol{E_M}$$

Per calcolare ora la resistenza R_{eq} vista da C a regime permanente finale ed una volta reso passivo il sistema, dobbiamo riferirci alla Fig. 7

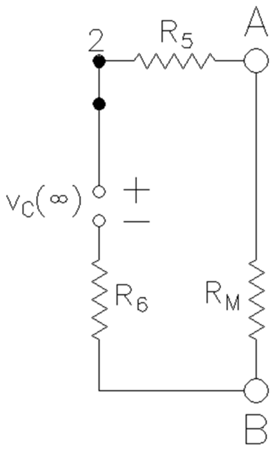


Figura 7

Dalla Fig. 7 otteniamo che la resistenza R_{eq} vista da C a regime permanente finale ed una volta reso passivo il sistema è:

$$R_{eq} = R_5 + R_M + R_6$$

Per cui:

$$\boldsymbol{\tau = R_{eq}C}$$

Possiamo a questo punto scrivere:

$$\boldsymbol{v_c(t) = v_c(0)e^{-\frac{t}{\tau}} + v_c(\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

Ed avendo i risultati numerici possiamo disegnare il grafico della tensione e capire se il condensatore si carica o si scarica.

Per determinare la potenza dissipata su R_8 dopo la commutazione del tasto ci riferiamo alle figure 5 e 4

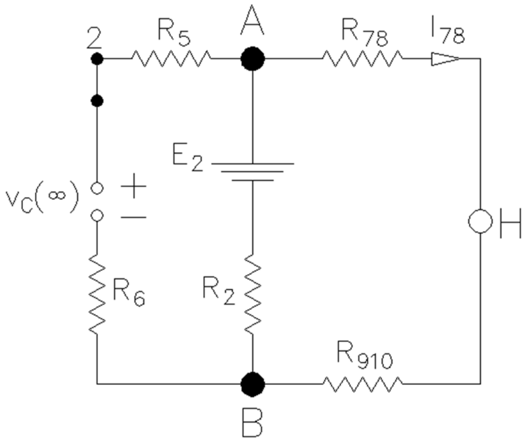


Figura 5

Dalla Fig. 5:

$$I_{78} = \frac{E_2}{R_2 + R_{78} + R_{910}}$$

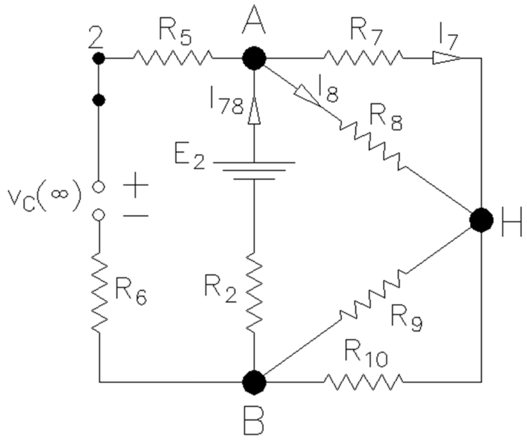


Figura 4

e dalla Fig. 4:

$$I_8 = I_{78} \frac{R_7}{R_7 + R_8}$$

Infine:

$$\boldsymbol{P_{R8} = R_8 I_8^2}$$

Esercizio N 2 04 Giugno 2025

Il sistema rappresentato è a regime. Si richiede di determinare la tensione misurata dal voltmetro ideale e la potenza attiva e reattiva ai capi del generatore reale.

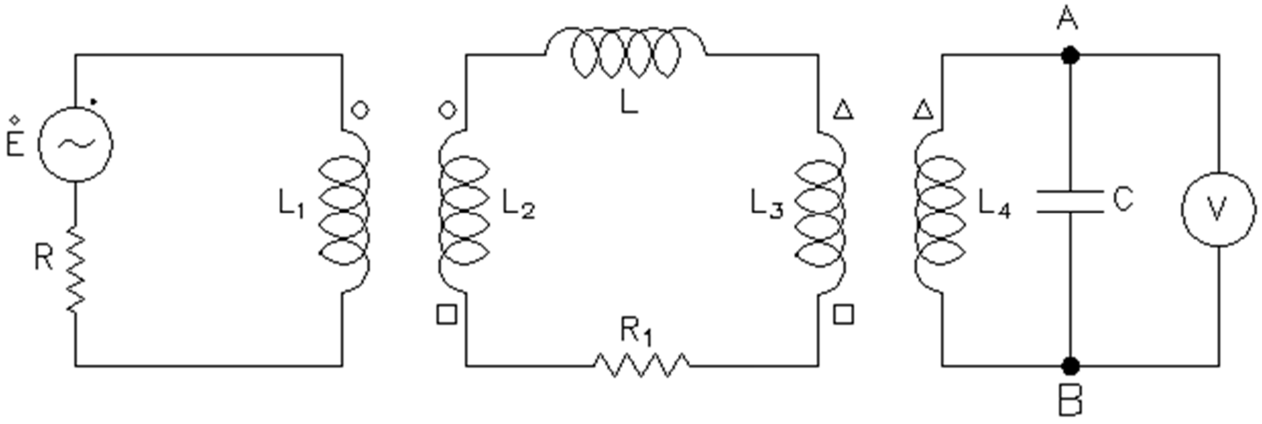


Figura 8

Essendo il voltmetro ideale, quindi con impedenza interna infinita, calcolando i coefficienti di mutua induzione, le impedenze e fissando il verso delle correnti, abbiamo Fig. 9:

$$M_{12} = k_{12}\sqrt{L_1 L_2} \qquad > 0$$

$$M_{23} = k_{23}\sqrt{L_2 L_3} \qquad > 0$$

$$M_{34} = k_{34}\sqrt{L_3 L_4} \qquad < 0$$

$$\bar{Z} = R_1 + j\omega L \qquad \bar{Z}_c = -\frac{j}{\omega C}$$

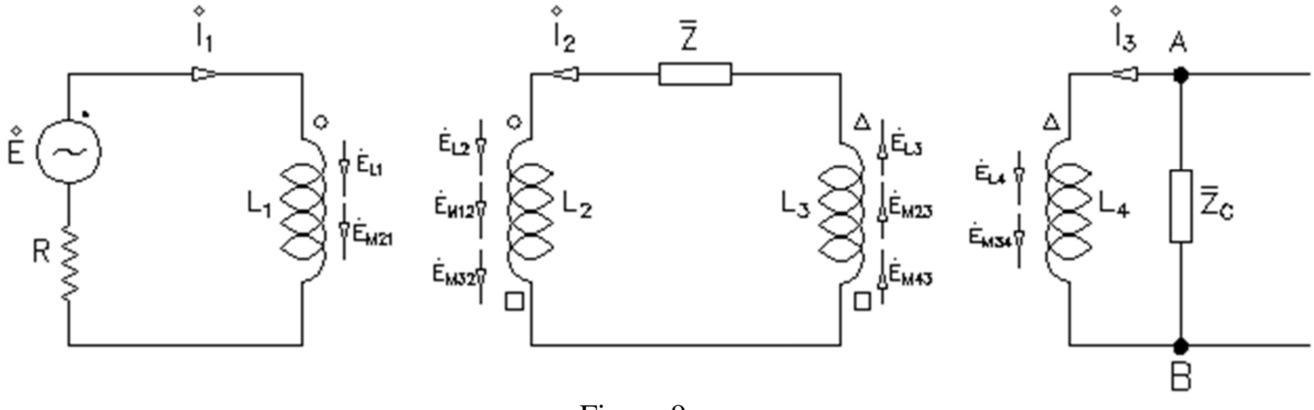


Figura 9

Per scrivere le equazioni alle tre maglie fissiamo il senso di percorrenza concorde alle rispettive correnti ed avremo:

$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = R\dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} + \dot{E}_{M32} + \dot{E}_{L3} + \dot{E}_{M23} + \dot{E}_{M43} = \bar{Z}\dot{I}_2 \\ \dot{E}_{L4} + \dot{E}_{M34} = \bar{Z}_c\dot{I}_3 \end{cases}$$

Sostituendo:

$$\begin{cases} \dot{E} - j\omega L_1\dot{I}_1 - j\omega M_{21}\dot{I}_2 = R\dot{I}_1 \\ -j\omega L_2\dot{I}_2 - j\omega M_{12}\dot{I}_1 - j\omega M_{32}\dot{I}_2 - j\omega L_3\dot{I}_2 - j\omega M_{23}\dot{I}_2 - j\omega M_{43}\dot{I}_3 = \bar{Z}\dot{I}_2 \\ -j\omega L_4\dot{I}_3 - j\omega M_{34}\dot{I}_2 = \bar{Z}_c\dot{I}_3 \end{cases}$$

Dal sistema ricaviamo quindi le tre correnti $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ e $\dot{I}_3$.

La tensione indicata dal voltmetro è il valore efficace di:

$$\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{AB}} = -\bar{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{c}}\dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{3}}$$

Per la potenza complessa ai morsetti del generatore reale di tensione $\bar{S}_g$, calcoliamo la tensione $\dot{V}_g$ ai suoi morsetti:

$$\dot{V}_g - \dot{E} = -R\dot{I}_1$$

Da cui:

$$\dot{V}_g = \dot{E} - R\dot{I}_1$$

E quini la potenza complessa sarà:

$$\bar{\boldsymbol{S}} = \dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{g}}\breve{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{g}} + \boldsymbol{jQ}_{\boldsymbol{g}}$$