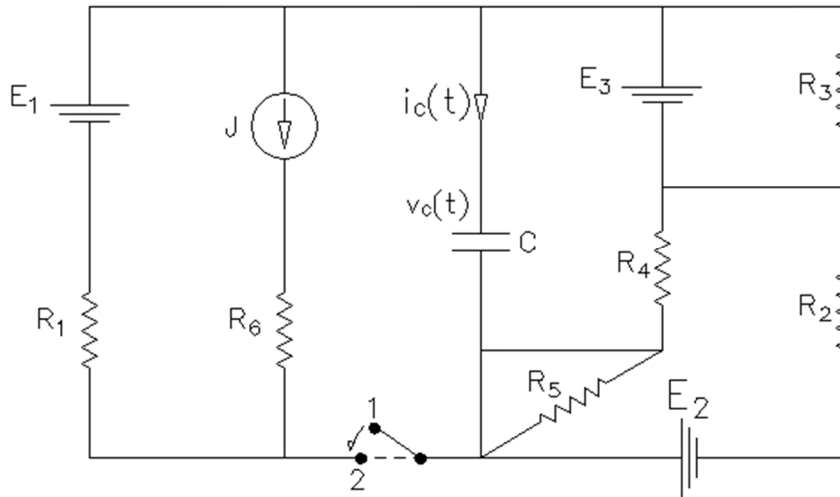


## Compito 06 Maggio 2025

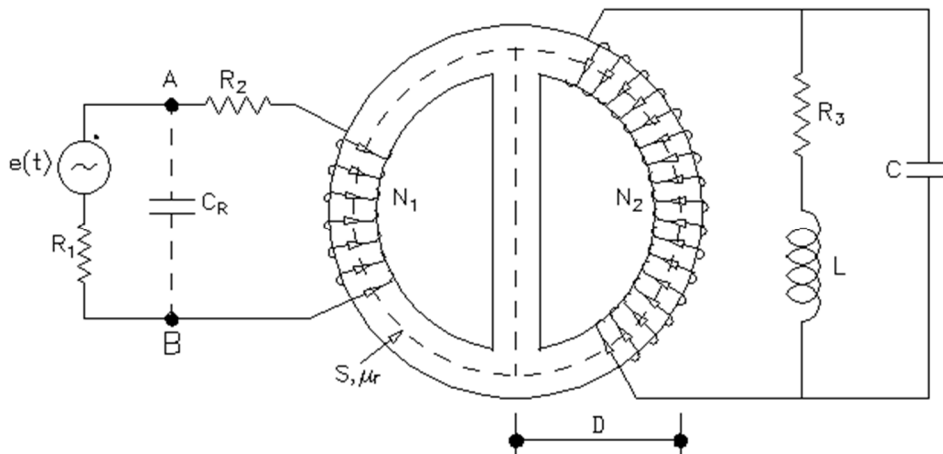
**ES.1-**Il circuito figura è a regime. Si richiede di determinare la  $i_c(t)$  che scorre sul condensatore  $C$ , supponendo che all'istante  $t=0$  il tasto si chiude. Inoltre determinare la potenza generata da  $J$  prima e dopo la chiusura del tasto.



$$E_1=10 \text{ V}; E_2=5 \text{ V}; E_3=2 \text{ V}; J=2.5 \text{ A}; R_1=R_3=2 \text{ } \Omega; R_2=R_6=4 \text{ } \Omega; R_4=5 \text{ } \Omega;$$

$$R_5=1 \text{ } \Omega; C=0.1 \text{ mF}$$

**ES.2-**Il sistema rappresentato è a regime. Determinare il valore della capacità  $C_R$  da collegare tra i morsetti A e B per rifasare parzialmente il carico a valle della sezione.



$$e(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2) \text{ V}; \omega = 100 \text{ rad/sec};$$

$$R_1 = 2 \text{ } \Omega; R_3 = 3 \text{ } \Omega; C = 5 \text{ mF}; L = 0.3 \text{ mH}, \cos \varphi_r = 0.97$$

$$D = 2 \text{ cm}; S = 5 \text{ cm}^2 \mu_r = 1000; N_1 = 100; N_2 = 200;$$

## Esercizio N. 1 06 Maggio 2025

Il circuito figura è a regime. Si richiede di determinare la  $i_c(t)$  che scorre sul condensatore  $C$ , supponendo che all'istante  $t=0$  il tasto si chiude. Inoltre determinare la potenza generata da  $J$  prima a dopo la chiusura del tasto.

Evidenziando i nodi, abbiamo:

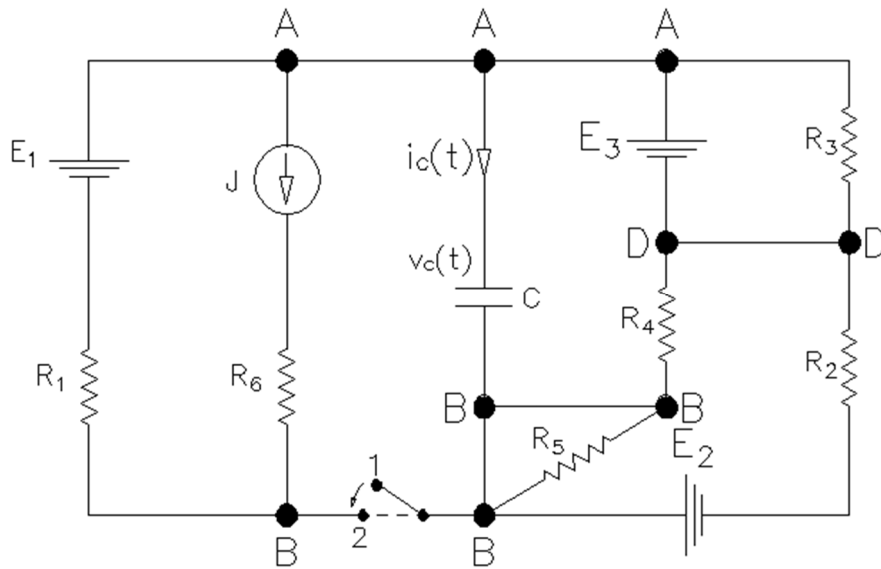


Figura 1

L'espressione generica dell'andamento della tensione ai morsetti di un condensatore sappiamo essere:

$$v_c(t) = v_c(0)e^{-\frac{t}{\tau}} + v_c(\infty) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

dove:

- $v_c(0)$  è la tensione ai morsetti del condensatore  $C$  prima della chiusura del tasto;
- $v_c(\infty)$  è la tensione ai morsetti del condensatore  $C$  dopo la chiusura del tasto ed a regime finale;
- $\tau = R_{eq}C$  è la costante di tempo che dipende dalla resistenza  $R_{eq}$  vista da  $C$  a regime permanente finale ed una volta reso passivo il sistema.

L'andamento della corrente che attraversa il condensatore è:

$$i_c(t) = C \frac{dv_c}{dt} = C \left( -\frac{v_c(0)}{R_{eq}C} + \frac{v_c(\infty)}{R_{eq}C} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{v_c(\infty) - v_c(0)}{R_{eq}} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Nel nostro sistema notiamo che:

- $R_3$  è trascurabile perché in parallelo al generatore ideale, e quindi prevalente,  $E_3$ ;
- $R_5$  è trascurabile perché in parallelo ad un corto circuito;
- $R_6$  è trascurabile, ai fini della corrente, perché in serie al generatore di corrente  $J$ .

A regime permanente continuo il condensatore si comporta come un circuito aperto.  
 Per calcolare  $v_c(0)$ , cioè con il tasto aperto, notando che la parte sinistra del circuito può essere trascurata e tenendo presente le osservazioni già fatte, ci riferiamo al sistema di Fig. 2.

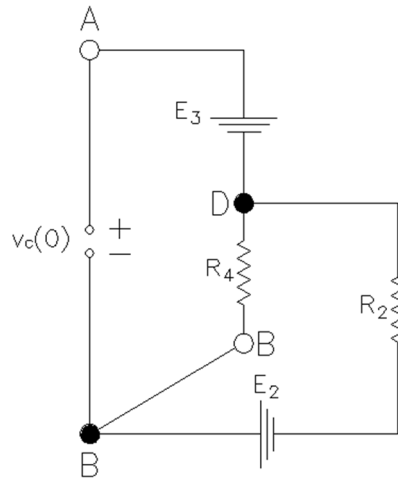


Figura 2

Applicando ora Millman tra i nodi B e D

$$E_{M1} = \frac{\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}} \quad ; \quad R_{M1} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}}$$

Otteniamo il circuito di Fig. 3

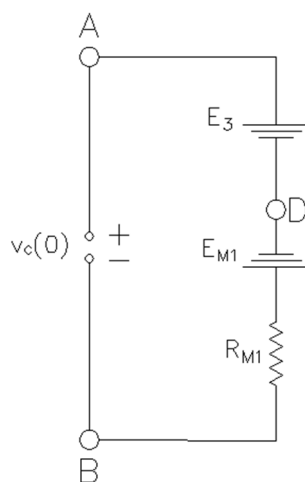


Figura 3

Facendo ora la serie fra i due generatori di tensione:

$$E_T = E_3 - E_{M1}$$

abbiamo il circuito di Fig. 4:

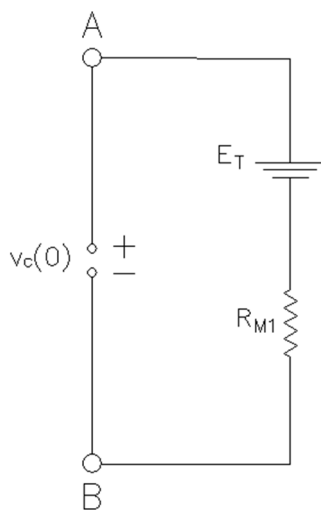


Figura 4

e quindi:

$$v_c(0) - E_T = 0 \quad \text{da cui} \quad v_c(0) = E_T$$

A regime permanente continuo il condensatore si comporta come un circuito aperto.  
 Per calcolare  $v_c(\infty)$ , cioè con il tasto chiuso e con il transitorio estinto, ci riferiamo al sistema di Fig. 5.

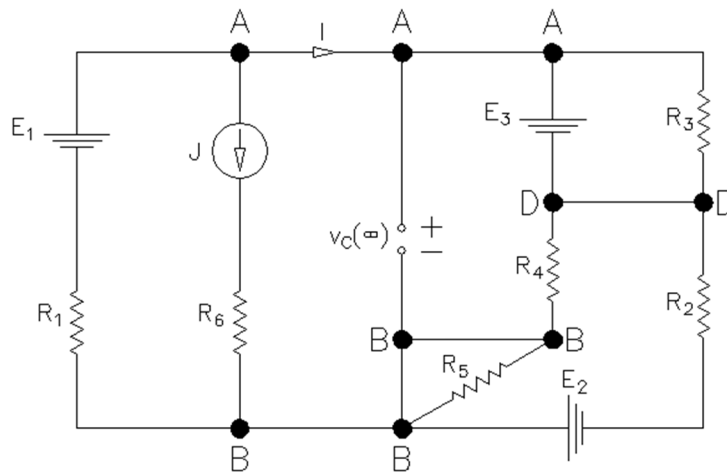


Figura 5

Applicando Millmann tra i nodi A e B fra i rami  $(E_1 - R_1)$  ed il generatore di corrente  $J$  e sapendo che il lato destro del sistema, rispetto al tasto, equivale a quanto riportato in Fig. 4, arriviamo al sistema di Fig. 6:

$$E_{M2} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - J}{\frac{1}{R_1}} \quad ; \quad R_{M2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}}$$

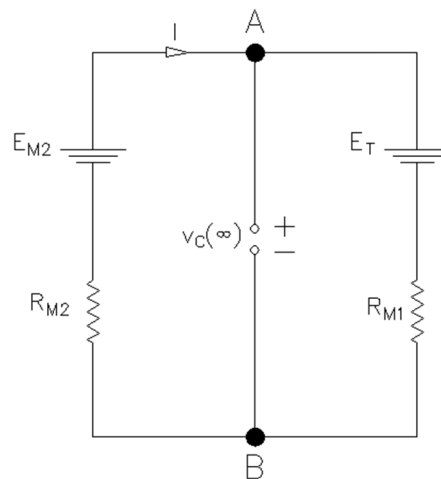


Figura 6

per cui:

$$I = \frac{E_{M2} - E_T}{R_{M2} + R_{M1}}$$

quindi:

$$v_c(\infty) - E_T = R_{M1}I \quad \text{da cui} \quad v_c(\infty) = E_T + R_{M1}I$$

Sempre dalla Fig. 6 otteniamo che la resistenza  $R_{eq}$  vista da  $C$  a regime permanente finale ed una volta reso passivo il sistema è:

$$R_{eq} = \frac{R_{M2}R_{M1}}{R_{M2} + R_{M1}}$$

ed alla fine:

$$\tau = R_{eq}C$$

Calcoliamo ora le potenze generate dal generatore  $J$  prima  $P_{jp}$  e dopo  $P_{jd}$  la chiusura del tasto:

Prima della chiusura del tasto il sistema da considerare è riportato in Fig. 7:

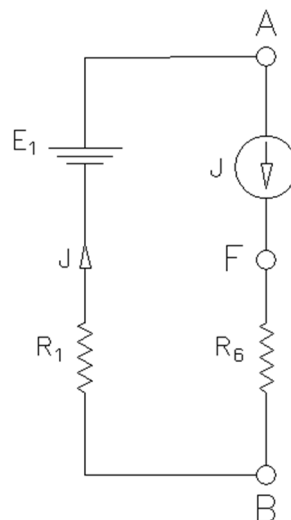


Figura 7

La potenza generata da  $J$  è data da:

$$P_{jp} = V_{AF}J \quad \text{dove} \quad V_{AF} - E_1 = -(R_1 + R_6)J$$

Dopo della chiusura del tasto il sistema da considerare è riportato in Fig. 8:

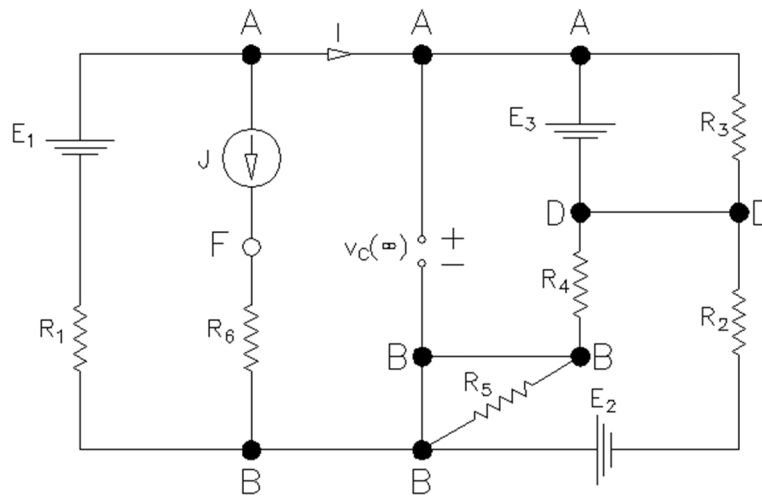
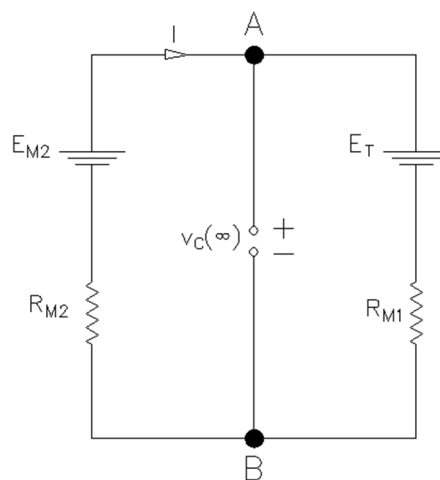


Figura 8

La potenza generata da  $J$  è data da:

$$P_{jd} = V_{AF}J$$

e dalla Fig. 6



ricaviamo:

$$V_{AB} - E_{M2} = -R_{M2}I$$

per cui:

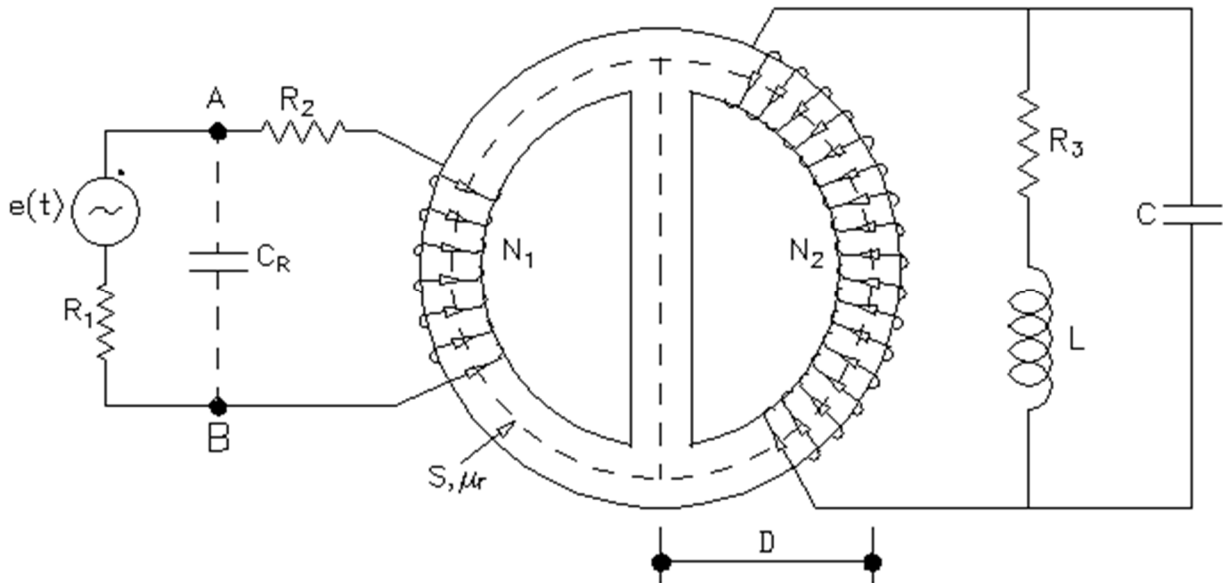
$$V_{AB} = E_{M2} - R_{M2}I$$

e dalla Fig. 8:

$$V_{AF} = V_{AB} - R_6J$$

## Esercizio N 2 06 Maggio 2025

Il sistema rappresentato è a regime. Determinare il valore della capacità  $C_R$  da collegare tra i morsetti A e B per rifasare parzialmente il carico a valle della sezione



Esaminiamo prima il nucleo magnetico ed alimentiamo i due avvolgimenti, Fig. 10:

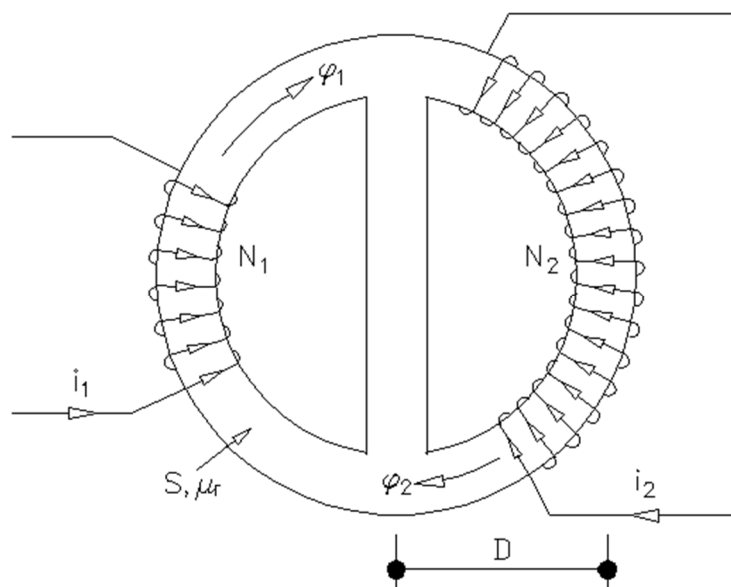


Figura 10

Il circuito elettrico corrispondente è, Fig. 11

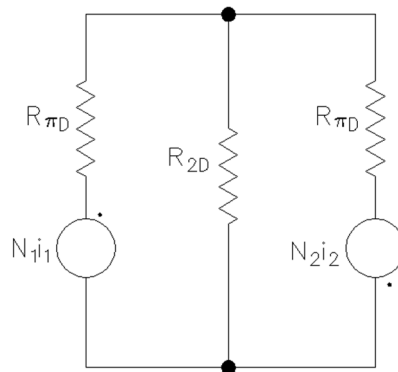


Figura 11

dove:

$$\begin{aligned} \text{Riluttanza semicerchio} \quad \mathcal{R}_{\pi D} &= \frac{\pi D}{\mu_0 \mu_r S} \\ \text{Riluttanza diametro} \quad \mathcal{R}_{2D} &= \frac{2D}{\mu_0 \mu_r S} \end{aligned}$$

Esaminiamo l'avvolgimento 1, Fig. 12

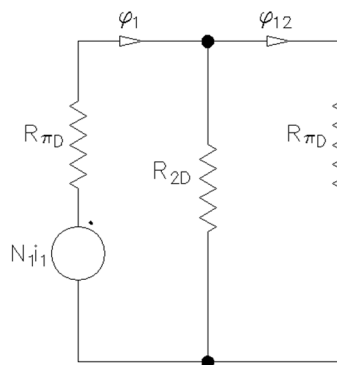


Figura 12

La riluttanza equivalente vista dall'avvolgimento è:

$$\mathcal{R}_{eq1} = \frac{\mathcal{R}_{\pi D} \mathcal{R}_{2D}}{\mathcal{R}_{\pi D} + \mathcal{R}_{2D}}$$

L'accoppiamento non è perfetto, dobbiamo calcolare  $\alpha_{12}$ , quindi:

$$\varphi_{12} = \varphi_1 \frac{\mathcal{R}_{2D}}{\mathcal{R}_{\pi D} + \mathcal{R}_{2D}} = \alpha_{12} \varphi_1$$

da cui:

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{\mathcal{R}_{2D}}{\mathcal{R}_{\pi D} + \mathcal{R}_{2D}}$$

È chiaro che

$$\mathcal{R}_{eq2} = \mathcal{R}_{eq1} = \frac{\mathcal{R}_{\pi D} \mathcal{R}_{2D}}{\mathcal{R}_{\pi D} + \mathcal{R}_{2D}}$$

Segue che:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{eq1}}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{eq2}}$$

$$M_{12} = M_{21} = \alpha_{12} \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}_{eq1}}$$

Inoltre i flussi  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  sono concordi e quindi il coefficiente di mutua induzione  $M_{12}$  è positivo.

Il sistema diventa quindi, Fig. 13

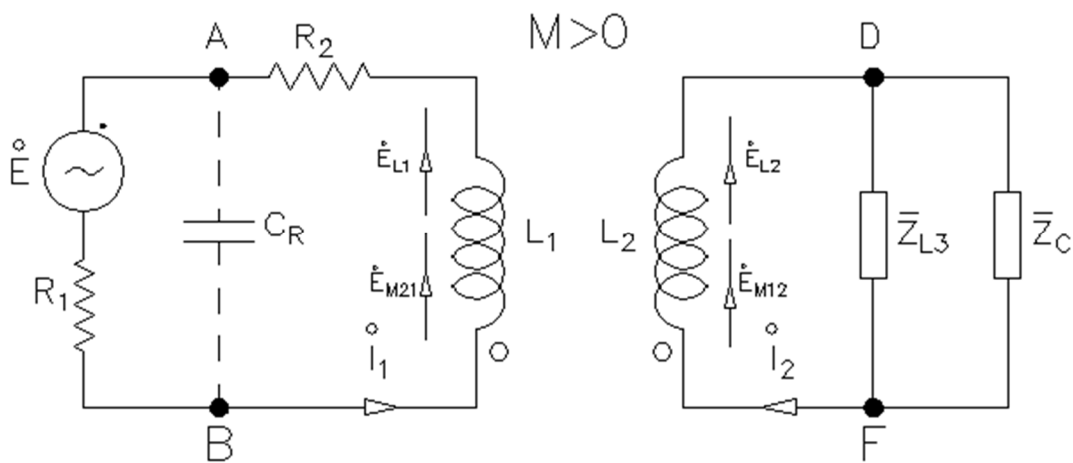


Figura 13

dove:

$$\bar{Z}_{L3} = R_3 + j\omega L \quad \bar{Z}_C = -\frac{j}{\omega C}$$

Facendo il parallelo tra  $\bar{Z}_{L3}$  e  $\bar{Z}_C$ :

$$\bar{Z}_p = \frac{\bar{Z}_{L3}\bar{Z}_C}{\bar{Z}_{L3} + \bar{Z}_C}$$

abbiamo, Fig. 14

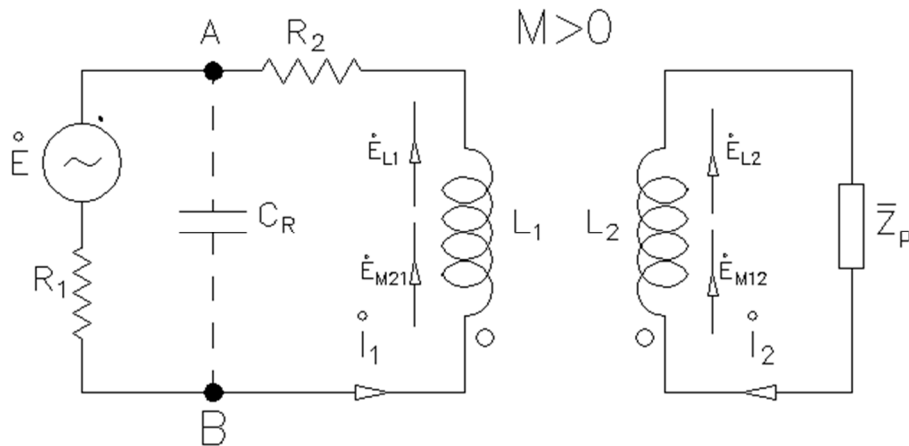


Figura 14

Fissiamo ora per la maglia 1 il senso di percorrenza antiorario e per la maglia 2 quello orario, avremo:

$$\begin{cases} -\dot{E} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = (R_1 + R_2)\dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = \bar{Z}_p\dot{I}_2 \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} -\dot{E} - j\omega L_1\dot{I}_1 - j\omega M_{21}\dot{I}_2 = (R_1 + R_2)\dot{I}_1 \\ -j\omega L_2\dot{I}_2 - j\omega M_{12}\dot{I}_1 = \bar{Z}_p\dot{I}_2 \end{cases}$$

E ricaviamo le correnti  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$

Dalla Fig. 13:

$$\dot{V}_{AB} - \dot{E} = R_1\dot{I}_1$$

e, quindi:

$$\dot{V}_{AB} = \dot{E} + R_1\dot{I}_1$$

Calcoliamo la potenza complessa ai nodi A e B:

$$\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB}\check{I}_1 = P_{AB} + jQ_{AB}$$

e da:

$$\tan \varphi_r = \frac{Q_{AB} - Q_{cond}}{P_{AB}}$$

essendo

$$Q_{cond} = \omega C V_{AB}^2$$

ricaviamo  $C$ .

**Nota:**

se  $Q_{AB} < 0$  non occorrerà rifasare;

se  $Q_{AB} > 0$  e  $\cos \varphi_{AB} > \cos \varphi_r$  non occorrerà rifasare.