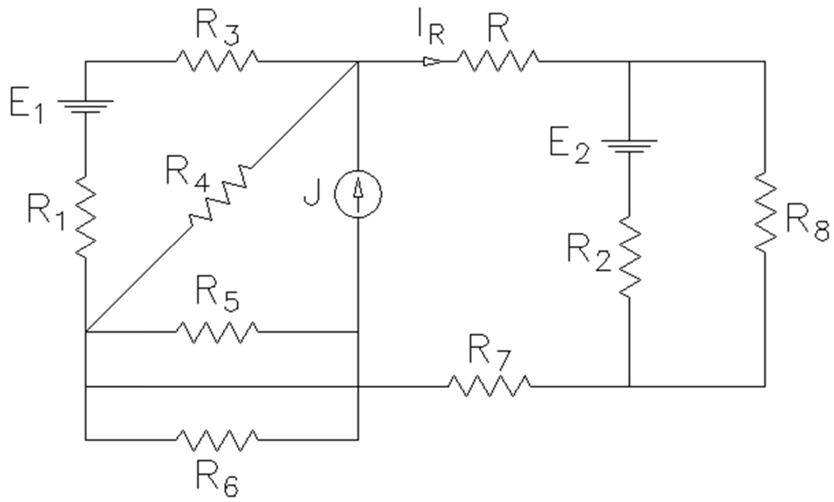
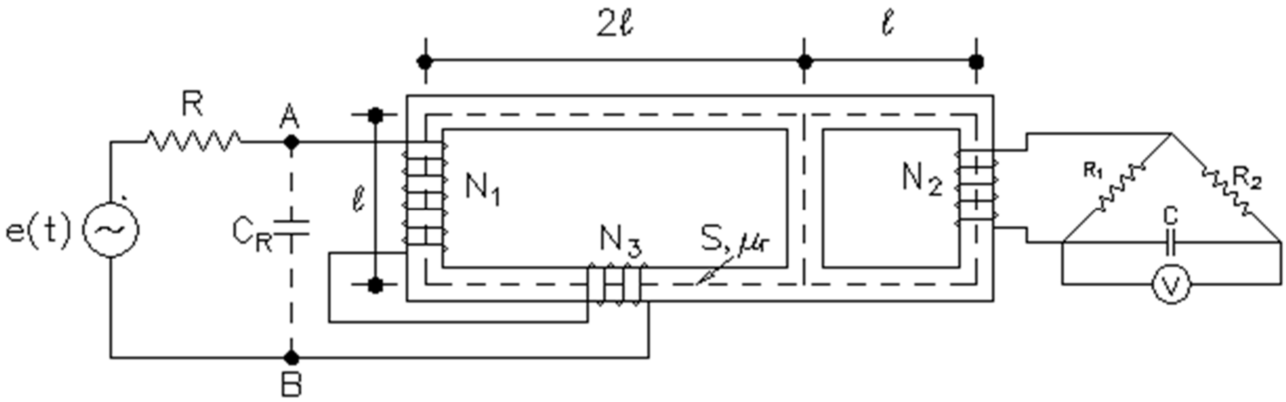
Compito 23 Gennaio 2025

ES.1-Il circuito di figura è a regime permanente. Si richiede di determinare la corrente I_R che attraversa la resistenza R, applicando il teorema di Norton. Inoltre calcolare la potenza dissipata sulla resistenza R_8.

E_1=10 V; E_2=5 V; J=2 A; R=5 Ω; R_1=3 Ω; R_2=4 Ω; R_3=5 Ω; R_4=1 Ω; R_5=3 Ω; R_6=4 Ω; R_7=7 Ω; R_8=2 Ω.



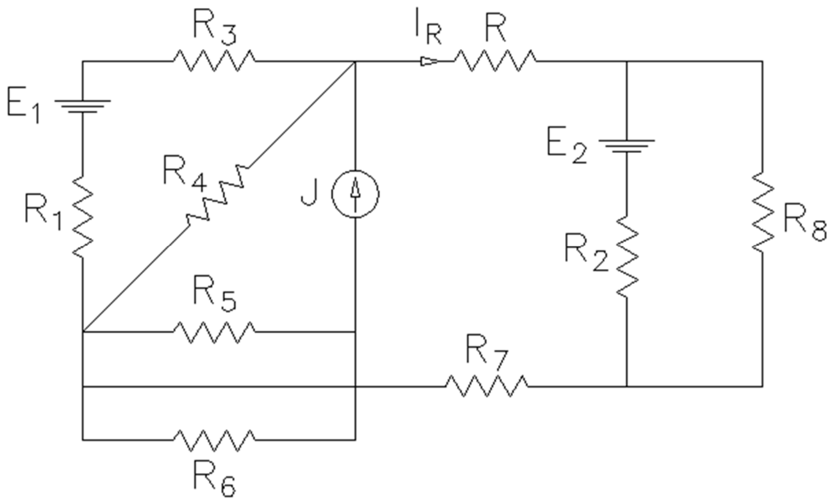
ES.2- Il sistema rappresentato è a regime. Si richiede di determinare il valore della capacità da collegare tra i punti A e B per rifasare il carico a valle della sezione a $\cos\varphi = 0.98$. Inoltre, determinare il valore della tensione misurato dal voltmetro ideale V.



$$\boldsymbol{e(t) = 10\ \sin\left(\omega t + \pi/_4\right) V;\ \omega = 100\ \frac{rad}{sec};\ \mu_r = 1000;\ R = 5\Omega;\ R_1 = 8\ \Omega;\ R_2 = 2\ \Omega;}$$
$$\boldsymbol{C = 10\ \mu F;\ N_1 = 200;\ N_2 = 250;\ N_3 = 150;\ l = 2\ cm;\ S = 4\ cm^2;.}$$

Esercizio N. 1 23 Gennaio 2025

Il circuito di figura è a regime permanente. Si richiede di determinare la corrente I_R che attraversa la resistenza R, applicando il teorema di Norton. Inoltre calcolare la potenza dissipata sulla resistenza R_8.



Denominiamo tutti i nodi ed applichiamo il principio di Norton al sistema in figura, ovvero sostituiamo alla rete N, Fig. 1, il generatore equivalente di corrente, Fig. 2

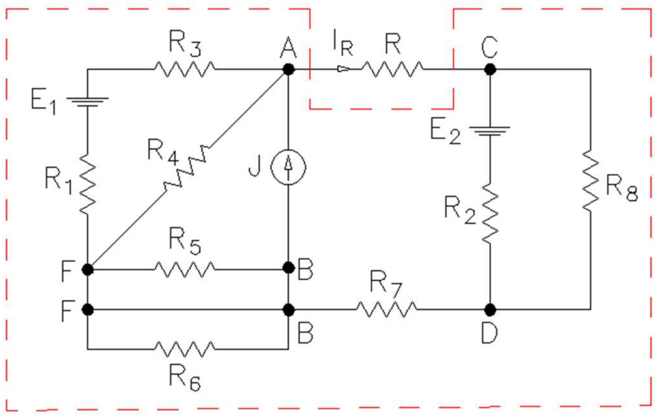


Figura 1

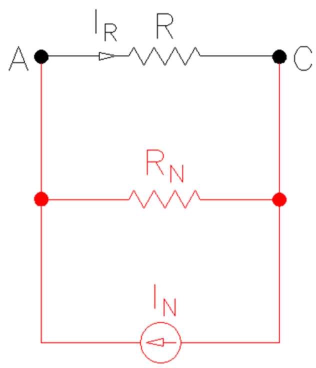


Figura 2

Applicando la regola del partitore di corrente ad un parallelo costituito da due sole resistenze, si ottiene la corrente I_R che attraversa la resistenza R, teorema di Norton:

$$I_R = I_N \frac{R_N}{R_N + R}$$

dove le incognite sono I_N ed R_N.

La I_N è la corrente di cortocircuito che scorre nel ramo una volta cortocircuitato $(I_N = I_{cc})$.
La R_N è la resistenza vista dai morsetti del ramo in esame (ramo A-C) una volta passivato il sistema. Sostituiamo quindi la resistenza R con un corto circuito. Notiamo, dal sistema di Fig. 1, che le resistenze R_5 e R_6 sono in parallelo ad un corto circuito e quindi si possono trascurare, Fig. 3:

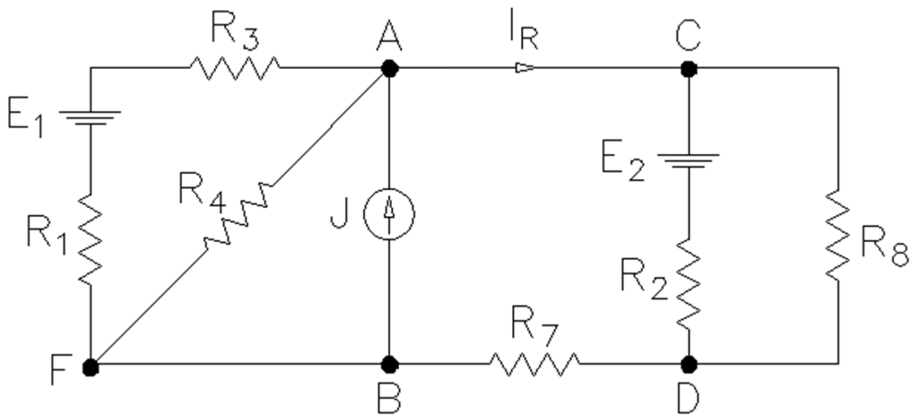


Figura 3

Applichiamo ora il teorema di Millman sia tra i nodi A e B, sia tra i nodi C e D, Fig. 4:

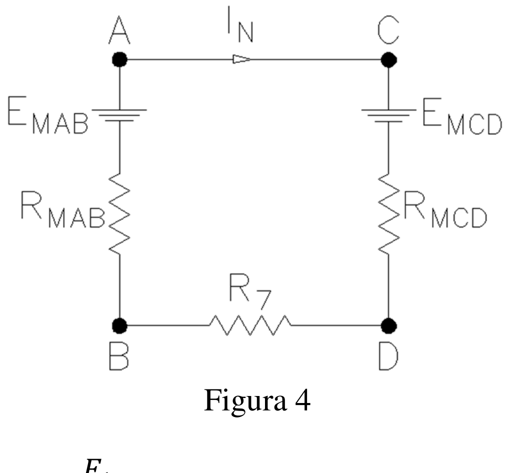


Figura 4

$$E_{MAB} = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_3} + J}{\frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_4}} \quad ; \quad R_{MAB} = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

$$E_{MCD} = \frac{\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_8}} \quad ; \quad R_{MCD} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_8}}$$

Scriviamo ora l'equazione alla maglia, percorsa in senso orario:

$$E_{MAB} - E_{MCD} = (R_{MAB} + R_{MCD} + R_7)I_N$$

da cui:

$$\boldsymbol{I_N = \frac{E_{MAB} - E_{MCD}}{R_{MAB} + R_{MCD} + R_7}}$$

Per ricavare ora la R_N dobbiamo passivare la rete e cioè sostituiamo tutte le fem dei generatori reali indipendenti di tensione con un cortocircuito ed apriamo tutti i generatori indipendenti di corrente, Fig. 5:

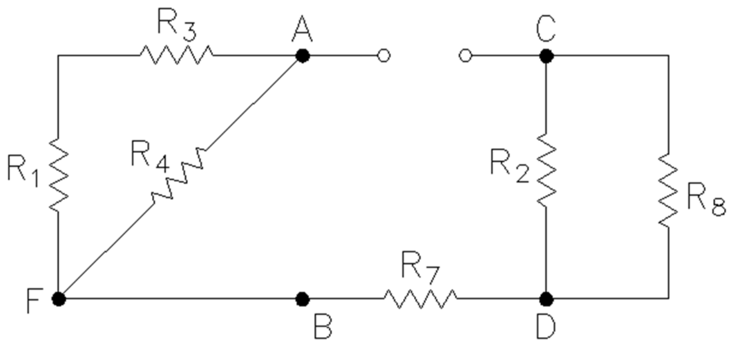


Figura 5

Sostituendo ai vari collegamenti delle resistenze le resistenze equivalenti, avremo Fig. 6:

$$R_{p1} = \frac{(R_1 + R_3)R_4}{(R_1 + R_3) + R_4} = R_{MAB}$$

$$R_{p2} = \frac{R_2 R_8}{R_2 + R_8} = R_{MCD}$$

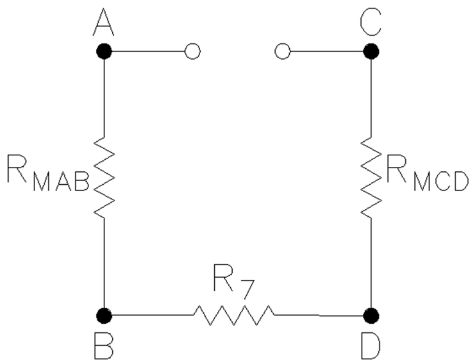


Figura 6

per cui:

$$\boldsymbol{R_N = R_{MCD} + R_7 + R_{MAB}}$$

Avendo ora sia la I_N, sia la R_N, possiamo ricavare la corrente I_R che attraversa la resistenza R:

$$\boldsymbol{I_R = I_N \frac{R_N}{R_N + R}}$$

Per calcolare la potenza dissipata sulla resistenza R_8, ci riferiamo alla Fig. 7:

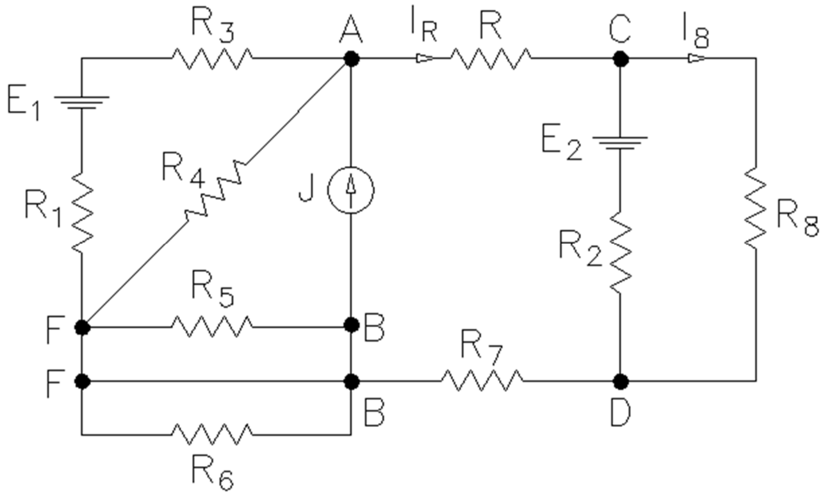


Figura 7

Sappiamo che:

$$\boldsymbol{P_{R8} = R_8 I_8^2 = R_8 \left(\frac{V_{CD}}{R_8}\right)^2}$$

e dal circuito di Fig. 4, applicando la legge di Ohm generalizzata al ramo $C - D$ attraverso $(E_{MCD} - R_{MCD})$ abbiamo

$$V_{CD} - E_{MCD} = R_{MCD} I_N$$

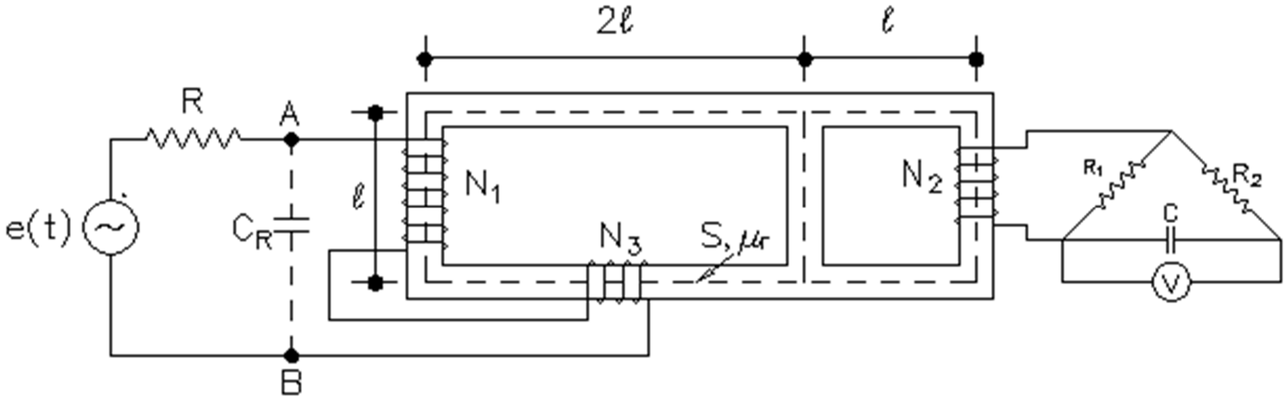
da cui:

$$V_{CD} = E_{MCD} + R_{MCD} I_N$$

e quindi abbiamo calcolato la P_{R8}.

Esercizio N. 2 23 Gennaio 2025

Il sistema rappresentato è a regime. Si richiede di determinare il valore della capacità da collegare tra i punti A e B per rifasare il carico a valle della sezione a $\cos\varphi = 0.98$. Inoltre, determinare il valore della tensione misurato dal voltmetro ideale V.



Esaminiamo prima il nucleo magnetico ed alimentiamo i tre avvolgimenti, Fig. 1:

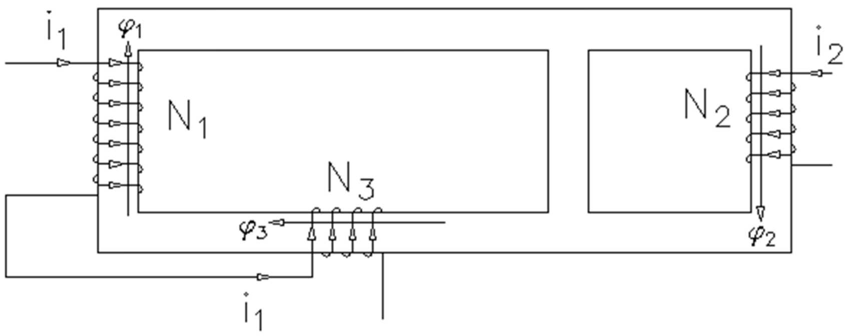


Figura 1

Il circuito elettrico corrispondente è, Fig. 2

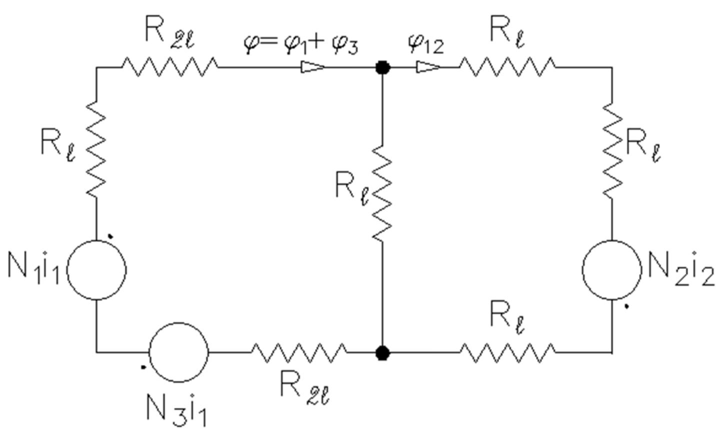


Figura 2

Dove:

$$\mathcal{R}_\ell = \frac{\ell}{\mu_0\mu_r S} \;\; ; \qquad \mathcal{R}_{2\ell} = \frac{2\ell}{\mu_0\mu_r S}$$

Di conseguenza le riluttanze equivalenti viste dai tre avvolgimenti saranno:

$$\mathcal{R}_{eq1} = \mathcal{R}_{eq3} = \frac{1}{\frac{1}{3\mathcal{R}_\ell} + \frac{1}{\mathcal{R}_\ell}} + (2\mathcal{R}_{2\ell} + \mathcal{R}_\ell)$$

$$\mathcal{R}_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{2\mathcal{R}_{2\ell} + \mathcal{R}_\ell} + \frac{1}{\mathcal{R}_\ell}} + 3\mathcal{R}_\ell$$

Segue che:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{eq1}}; \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{eq2}}; \qquad L_3 = \frac{N_3^2}{\mathcal{R}_{eq3}}$$

Esaminiamo ora gli accoppiamenti mutui, dalla Fig. 1 è chiaro che:

- tutte le mutue sono > 0;
- solo l'accoppiamento 1-3 è perfetto;
- il coefficiente di ripartizione del flusso α_{12} è uguale ad α_{23};

dobbiamo calcolare α_{12}, quindi dalla Fig. 2, abbiamo:

$$\varphi_{12} = \varphi \frac{\mathcal{R}_\ell}{\mathcal{R}_\ell + 3\mathcal{R}_\ell} = \varphi \frac{\mathcal{R}_\ell}{4\mathcal{R}_\ell} = \varphi \frac{1}{4} = \varphi\alpha_{12}$$

per cui:

$$\alpha_{12} = \alpha_{23} = \frac{1}{4}$$

Le mutue quindi saranno:

$$M_{12} = \alpha_{12} \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}_{eq1}} \qquad > 0$$

$$M_{13} = \sqrt{L_1 L_3} \qquad > 0$$

$$M_{23} = \alpha_{23} \frac{N_2 N_3}{\mathcal{R}_{eq2}} \qquad > 0$$

Il sistema diventa, sapendo che il voltmetro è ideale e quindi impedenza interna infinita, Fig. 3:

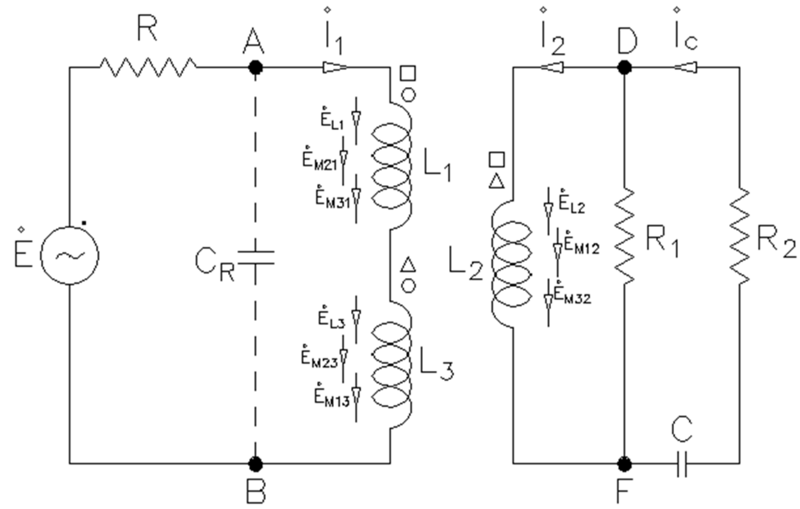


Figura 3

Da cui, facendo il parallelo tra i rami a destra dei nodi D e F, otteniamo Fig. 4:

$$\bar{Z}_T = \frac{1}{\frac{1}{R_2 - \frac{j}{\omega C}} + \frac{1}{R_1}}$$

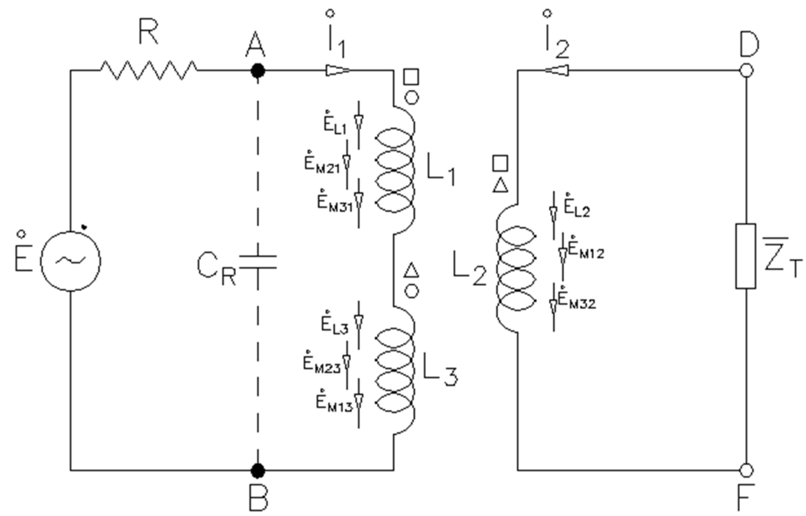


Figura 4

Scriviamo ora il sistema costituito dalle equazioni alle due maglie (la maglia a sinistra è percorsa in senso orario, mentre quella a destra in senso antiorario), otteniamo:

$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} + \dot{E}_{M31} + \dot{E}_{L3} + \dot{E}_{M13} + \dot{E}_{M23} = R\dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} + \dot{E}_{M32} = \bar{Z}_T\dot{I}_2 \end{cases}$$

E sostituendo:

$$\begin{cases} \dot{E} - j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{21} \dot{I}_2 - j\omega M_{31} \dot{I}_1 - j\omega L_3 \dot{I}_1 - j\omega M_{13} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2 = R\dot{I}_1 \\ -j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{12} \dot{I}_1 - j\omega M_{32} \dot{I}_1 = \bar{Z}_T \dot{I}_2 \end{cases}$$

ricaviamo $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$.

Per il calcolo della capacità da inserire tra A e B per rifasare parzialmente in carico, calcoliamo la potenza complessa che transita in A-B:

$$\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \check{I}_1 = P_{AB} + jQ_{AB}$$

da Fig. 4

$$\dot{V}_{AB} - \dot{E} = -R\dot{I}_1$$

per cui:

$$\dot{V}_{AB} = \dot{E} - R\dot{I}_1$$

Quindi:

$$\boldsymbol{\tan \varphi_r = \frac{Q_{AB} - Q_{cond}}{P_{AB}} = \frac{Q_{AB} - \omega C_R V_{AB}^2}{P_{AB}}}$$

Da questa calcoliamo la capacità C_R per rifasare.

Il valore di tensione misurato dal voltmetro è il valore efficace della tensione $\dot{V}_C$ ai morsetti del condensatore C. Troviamo la corrente $\dot{I}_C$ che circola nel condensatore utilizzando il partitore di corrente (Fig. 3):

$$\dot{I}_C = \dot{I}_2 \frac{R_1}{R_1 + \left(R_2 - \frac{j}{\omega C}\right)}$$

Quindi:

$$\boldsymbol{\dot{V}_C = -\frac{j}{\omega C} \dot{I}_C}$$