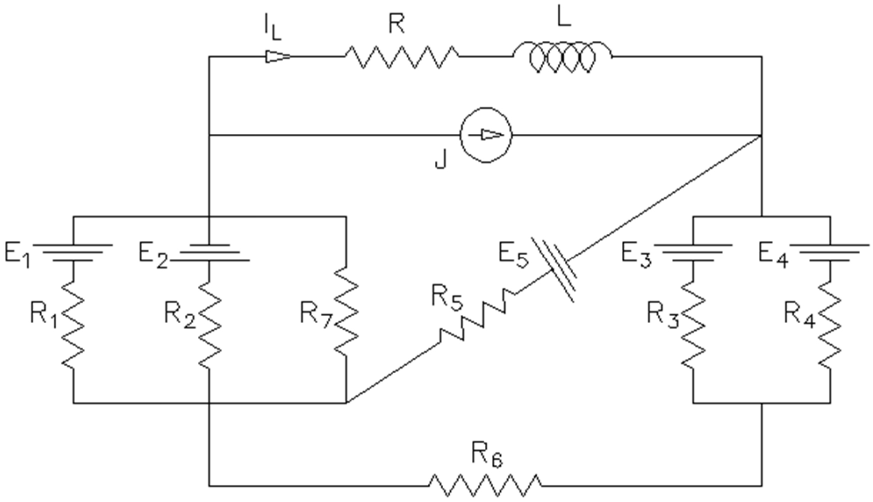
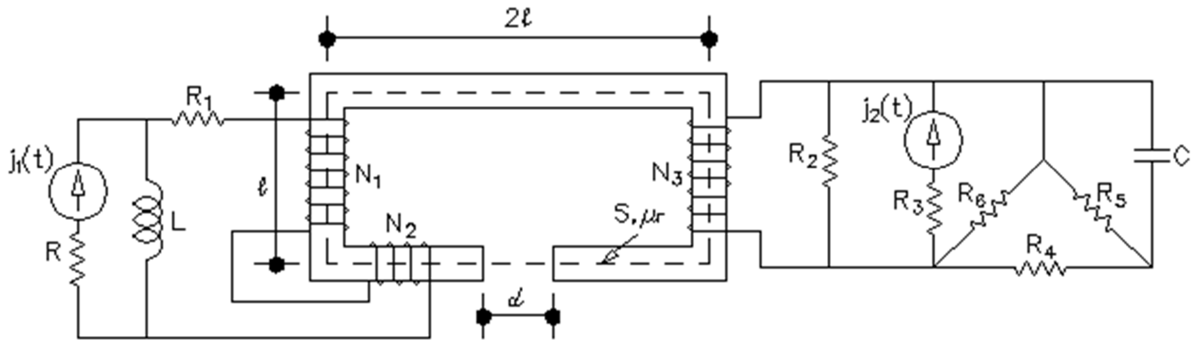
Compito 06 Maggio 2024

ES.1-Dato il circuito in figura a regime, determinare il valore dell'energia immagazzinata dall'induttore L e la potenza generata ed erogata dal generatore di tensione reale $(E_4 - R_4)$.



$$E_1 = 5V \quad E_2 = 2V \quad E_3 = 4V \quad E_4 = 6V \quad E_5 = 3V$$
$$J = 2A \quad L = 0.5mH \quad R_1 = 3\Omega \quad R_2 = 7\Omega \quad R_3 = 3\Omega$$
$$R_4 = 7\Omega \quad R_5 = 3\Omega \quad R_6 = 7\Omega \quad R_7 = 5\Omega \quad R = 2\Omega$$

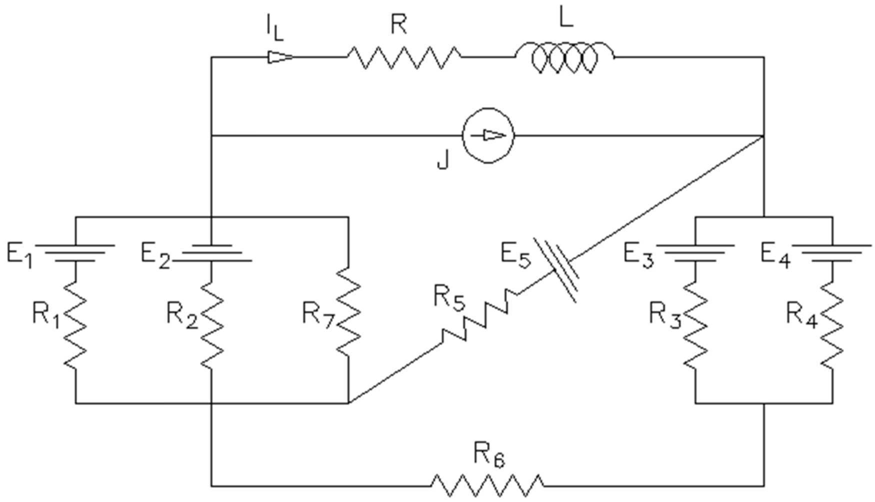
ES.2-Dato il circuito in figura, determinare il valore della potenza generata da J_2 e la potenza reattiva sul carico L.



$$j_1(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)A \quad j_2(t) = \frac{\sqrt{2}}{4}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \quad L = 1\ mH \quad C = 3.5\ mF$$
$$\omega = 100\ \frac{rad}{sec} \quad N_1 = 300 \quad N_2 = 100 \quad N_3 = 200$$
$$R_1 = 6\ \Omega \quad R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 10\ \Omega \quad R_4 = 10\ \Omega$$
$$R_5 = 5\ \Omega \quad R_6 = 3\ \Omega \quad R = 10\ \Omega$$
$$l = 2.5\ cm \quad S = 25\ cm^2 \quad d = 0.5cm \quad \mu_r = 1000$$

Esercizio N. 1 06 Maggio 2024

Dato il circuito in figura a regime, determinare il valore dell'energia immagazzinata dall'induttore L e la potenza generata ed erogata dal generatore di tensione reale $(E_4 - R_4)$.



Inseriamo le correnti che ci servono e denominiamo tutti i nodi, Fig. 1

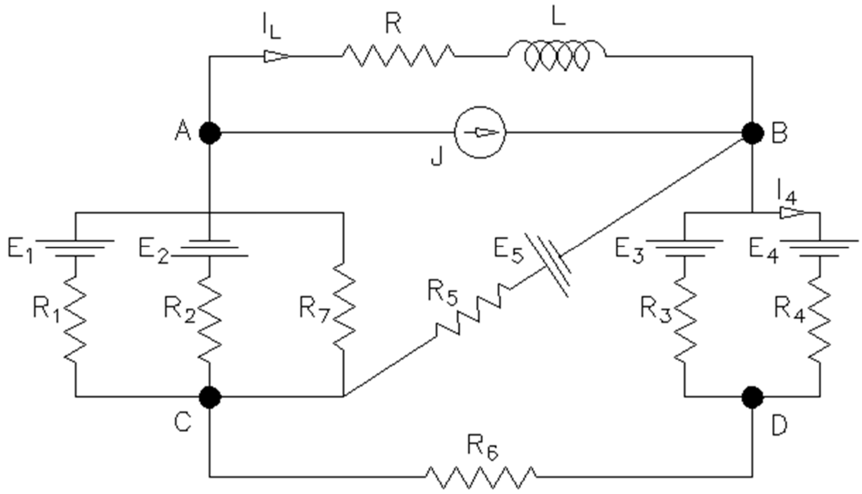


Figura 1

Nel nostro sistema notiamo che:

- l'induttore in regime permanente continuo si comporta come un cortocircuito.

Quindi in base a queste considerazioni, il sistema diventa Fig. 2:

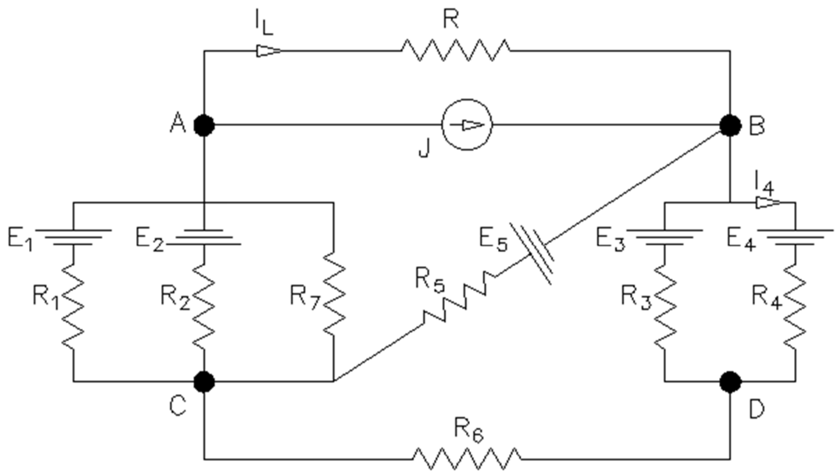


Figura 2

Sostituiamo al generatore reale di corrente $(J-R)$ l'equivalente generatore reale di tensione $(RJ-R)$ed applichiamo Millman sia tra i nodi A e C, sia tra i nodi B e D, Fig. 3:

$$E_{MAC}=\frac{\frac{E_1}{R_1}-\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_7}} \qquad R_{MAC}=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_7}}$$

$$E_{MBD}=\frac{\frac{E_3}{R_3}+\frac{E_4}{R_4}}{\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}} \qquad R_{MBD}=\frac{1}{\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}}$$

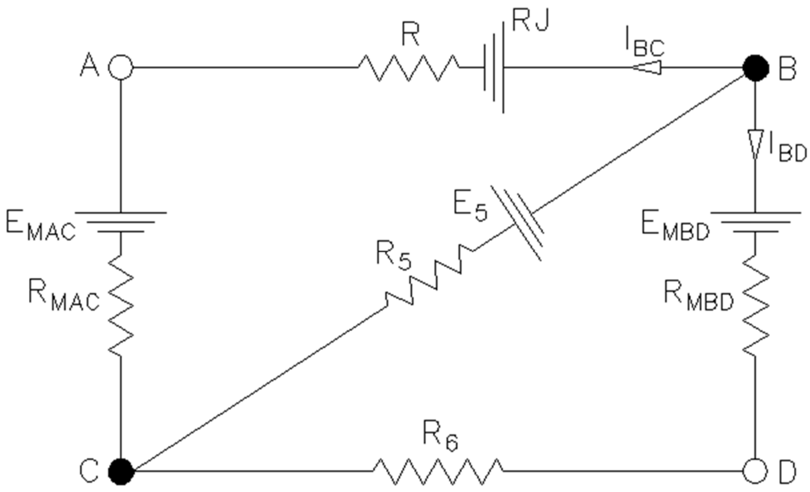


Figura 3

Applichiamo Millman ore fra i nodi B e C ed otteniamo, Fig. 4

$$E_{MBC} = \frac{\frac{(E_{MAC} + RJ)}{(R_{MAC} + R)} - \frac{E_5}{R_5} + \frac{E_{MBD}}{(R_{MBD} + R_6)}}{\frac{1}{(R_{MAC} + R)} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{(R_{MBD} + R_6)}} \qquad R_{MBC} = \frac{1}{\frac{1}{(R_{MAC} + R)} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{(R_{MBD} + R_6)}}$$

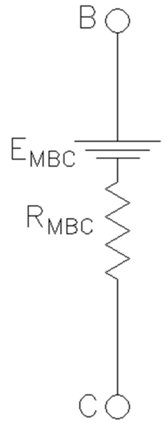


Figura 4

da qui:

$$V_{BC} - E_{MBC} = 0$$

$$V_{BC} = E_{MBC}$$

Nota V_{BC}, da Fig. 3 ricaviamo:

$$V_{BC} - RJ - E_{MAC} = (R + R_{MAC})I_{BC} \qquad da\ cui \qquad I_{BC} = \frac{V_{BC} - RJ - E_{MAC}}{R + R_{MAC}}$$

$$V_{BC} - E_{MBD} = (R_{MBD} + R_6)I_{BD} \qquad da\ cui \qquad I_{BD} = \frac{V_{BC} - E_{MBD}}{R_{MBD} + R_6}$$

e

$$V_{AB} + RJ = -RI_{BC}$$

$$V_{AB} = -RJ - RI_{BC}$$

Nota V_{AB}, da Fig. 2:

$$I_L = \frac{V_{AB}}{R}$$

da cui:

$$\boldsymbol{W_L = \frac{1}{2} L I_L^2}$$

Calcoliamo ora la potenza generata e quella erogata dal generatore di tensione reale $(E_4 - R_4)$.

Nota I_{BD},

$$V_{BD} - E_{MBD} = R_{MBD} I_{BD}$$

$$V_{BD} = E_{MBD} + R_{MBD} I_{BD}$$

Nota V_{BD}, da Fig. 1:

$$V_{BD} - E_4 = R_4 I_4 \quad da\ cui \qquad I_4 = \frac{V_{BD} - E_4}{R_4}$$

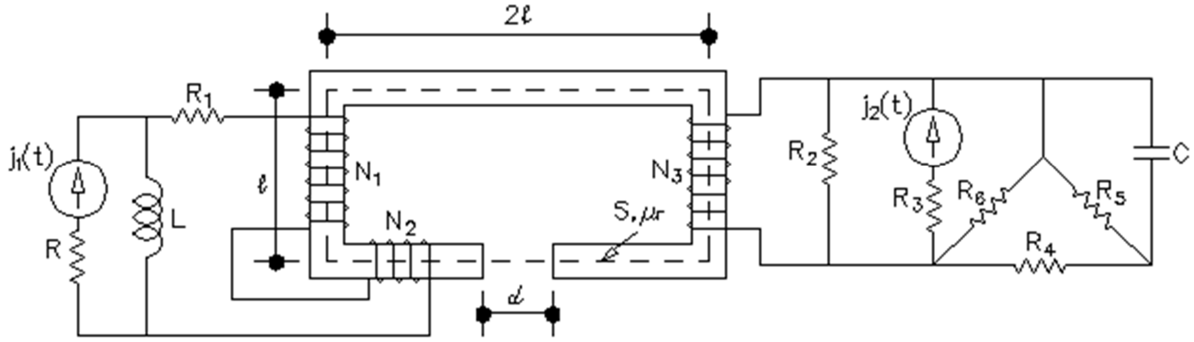
Nota I_4, abbiamo:

$$\boldsymbol{P_{gE4} = E_4 I_4}$$

$$\boldsymbol{P_{eE4} = V_{BD} I_4}$$

Esercizio N 2 06 Maggio 2024

Dato il circuito in figura, determinare il valore della potenza generata da J_2 e la potenza reattiva sul carico L.



Evidenziamo i nodi del sistema, Fig. 1:

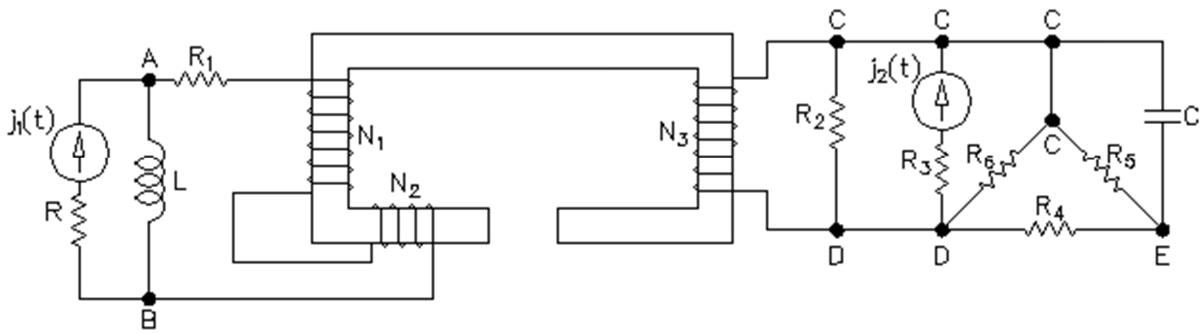


Figura 1

Esaminiamo prima il nucleo magnetico ed alimentiamo i tre avvolgimenti, Fig. 2:

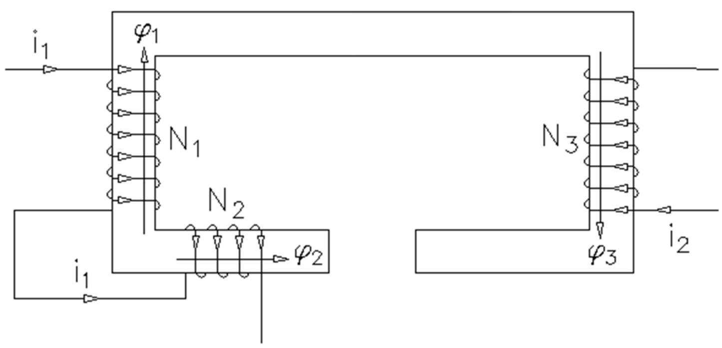


Figura 2

Il circuito elettrico corrispondente è, Fig. 3

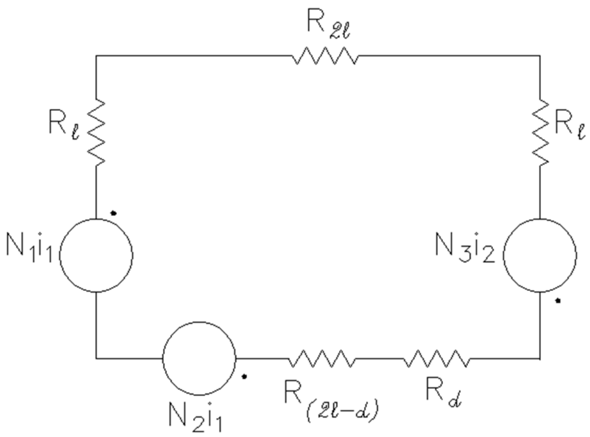


Figura 3

Dove:

$$\mathcal{R}_\ell = \frac{\ell}{\mu_0\mu_r S}$$
$$\mathcal{R}_{2\ell} = \frac{2\ell}{\mu_0\mu_r S}$$
$$\mathcal{R}_d = \frac{d}{\mu_0 S}$$
$$\mathcal{R}_{(2\ell-d)} = \frac{2\ell - d}{\mu_0\mu_r S}$$

Di conseguenza le riluttanze equivalenti viste dai tre avvolgimenti saranno:

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_{eq1} = \mathcal{R}_{eq2} = \mathcal{R}_{eq2} = 2\mathcal{R}_\ell + \mathcal{R}_{2\ell} + \mathcal{R}_{(2\ell-d)} + \mathcal{R}_d$$

Gli accoppiamenti mutui sono tutti perfetti e, con le alimentazioni scelte, possiamo definire i versi dei flussi e quindi dedurre il segno dei coefficienti di mutua induzione, per cui:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{eq}} \quad M_{12} = \sqrt{L_1 L_2} \ < 0$$
$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{eq}} \quad M_{13} = \sqrt{L_1 L_3} \ > 0$$
$$L_3 = \frac{N_3^2}{\mathcal{R}_{eq}} \quad M_{23} = \sqrt{L_2 L_3} \ < 0$$

Fissando il verso delle correnti, introducendo gli operatori impedenza, ed i vettori rotanti, abbiamo Fig. 4:

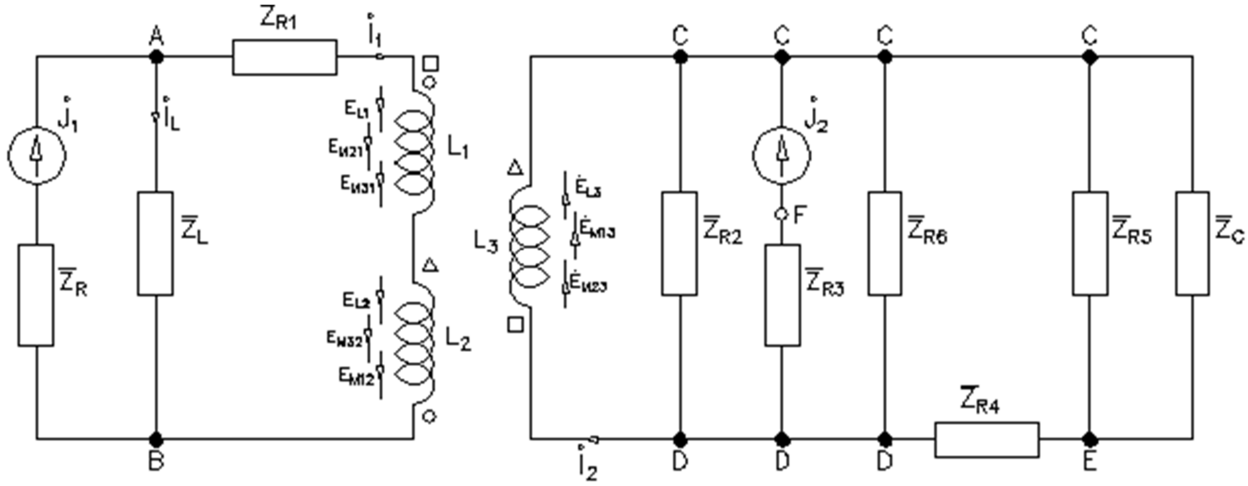


Figura 4

Dove:

$$\bar{Z}_R = R \qquad \bar{Z}_L = j\omega L \qquad \bar{Z}_{R1} = R_1$$

$$\bar{Z}_{R2} = R_2 \qquad \bar{Z}_{R3} = R_3 \qquad \bar{Z}_{R4} = R_4$$

$$\bar{Z}_{R5} = R_5 \qquad \bar{Z}_{R6} = R_6 \qquad \bar{Z}_C = -\frac{j}{\omega C}$$

Le impedenze $\bar{Z}_{R5}$ e $\bar{Z}_C$ sono in parallelo e l'equivalente sarà in serie con $\bar{Z}_{R4}$, quindi:

$$\bar{Z}_{eq} = \frac{\bar{Z}_{R5}\bar{Z}_C}{\bar{Z}_{R5} + \bar{Z}_C} + \bar{Z}_{R4}$$

E quindi la Fig. 5:

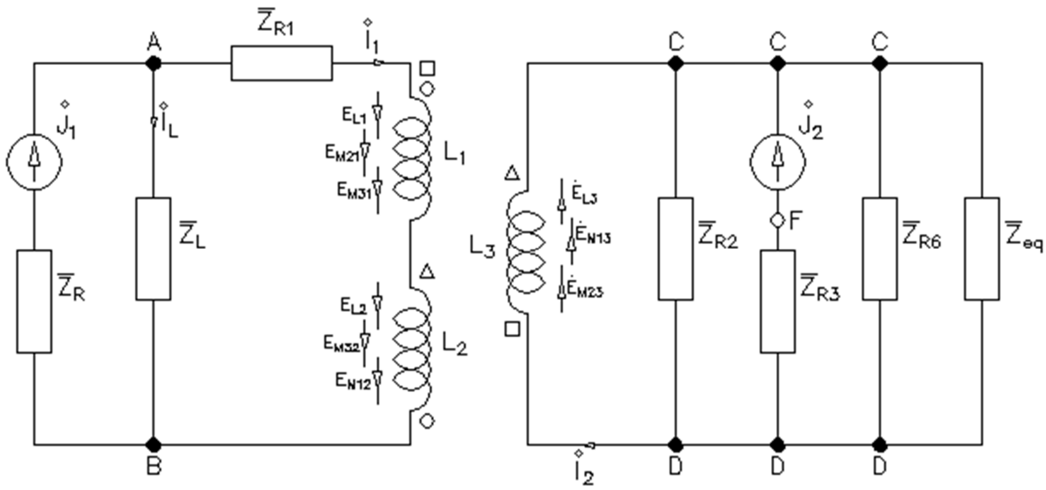


Figura 5

Applichiamo Millman fra i nodi A e B:

$$\dot{E}_{MAB} = \frac{\dot{J}_1}{\frac{1}{\bar{Z}_L}} \quad \bar{Z}_{MAB} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{Z}_L}}$$

Riapplichiamolo fra i nodi C e D:

$$\dot{E}_M = \frac{\dot{J}_2}{\frac{1}{\bar{Z}_{R2}} + \frac{1}{\bar{Z}_{R6}} + \frac{1}{\bar{Z}_{eq}}} \quad \bar{Z}_M = \frac{1}{\frac{1}{\bar{Z}_{R2}} + \frac{1}{\bar{Z}_{R6}} + \frac{1}{\bar{Z}_{eq}}}$$

Otteniamo così la Fig. 6

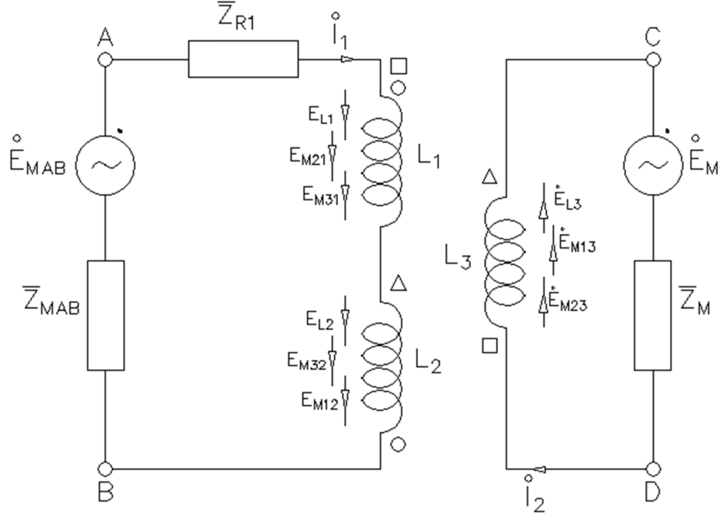


Figura 6

Scriviamo ora le equazioni alle due maglie scegliendo per entrambe il senso di percorrenza concorde al verso delle correnti:

$$\begin{cases} \dot{E}_{MAB} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} + \dot{E}_{M31} + \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} + \dot{E}_{M32} = (\bar{Z}_{MAB} + \bar{Z}_{R1})\dot{I}_1 \\ -\dot{E}_M + \dot{E}_{L3} + \dot{E}_{M13} + \dot{E}_{M23} = \bar{Z}_M \dot{I}_2 \end{cases}$$

Sostituendo ed ordinando:

$$\begin{cases} \dot{E}_{MAB} - j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{21}\dot{I}_1 - j\omega M_{31}\dot{I}_2 - j\omega L_2 \dot{I}_1 + j\omega M_{12}\dot{I}_1 + j\omega M_{32}\dot{I}_2 = (\bar{Z}_{MAB} + \bar{Z}_{R1})\dot{I}_1 \\ -\dot{E}_M - j\omega L_3 \dot{I}_2 - j\omega M_{13}\dot{I}_1 + j\omega M_{23}\dot{I}_1 = \bar{Z}_M \dot{I}_2 \end{cases}$$

e ricaviamo $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$.

A questo punto, dalla Fig. 6, possiamo anche calcolare:

$$\dot{V}_{AB} - \dot{E}_{MAB} = -\bar{Z}_{MAB}\dot{I}_1$$

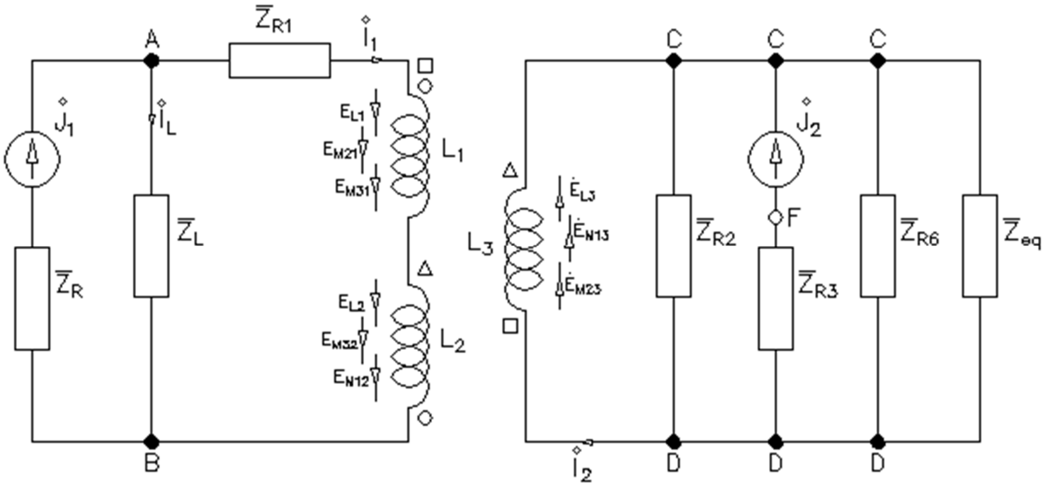
$$\dot{V}_{AB} = \dot{E}_{MAB} - \bar{Z}_{MAB}\dot{I}_1$$

e

$$\dot{V}_{CD} - \dot{E}_M = \bar{Z}_M\dot{I}_2$$

$$\dot{V}_{CD} = \dot{E}_M + \bar{Z}_M\dot{I}_1$$

La Fig. 5, qui riportata, ci è utile per calcolare sia la potenza generata da J_2, sia la potenza reattiva sul carico L.



$$\dot{V}_{CF} - \dot{V}_{CD} = \bar{Z}_{R3}\dot{J}_2$$

$\dot{V}_{CD}$ è nota e quindi

$$\dot{V}_{CF} = \dot{V}_{CD} + \bar{Z}_{R3}\dot{J}_2$$

Per cui:

$$\boldsymbol{P_{gj2} = \dot{V}_{CF}\dot{J}_2}$$

Nota la $\dot{V}_{AB}$, abbiamo:

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}_{AB}}{\bar{Z}_L}$$

Da cui:

$$\boldsymbol{Q_L = \omega L I_L^2}$$