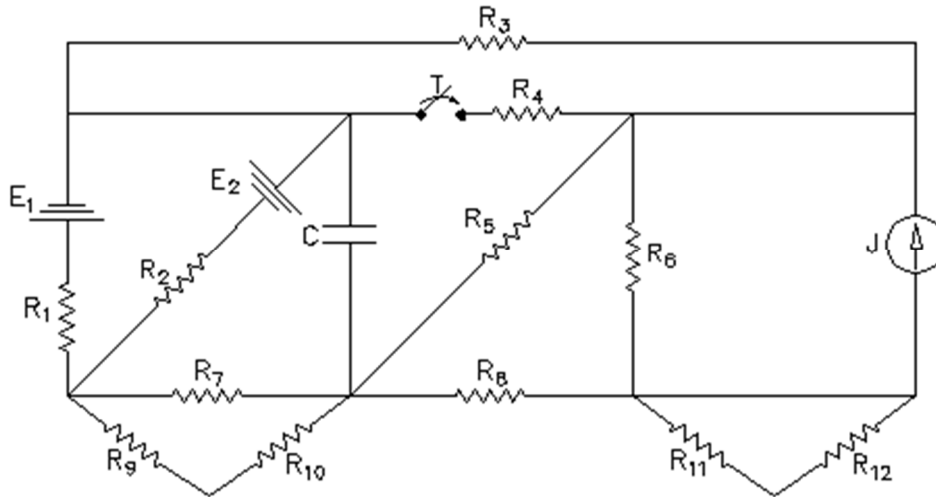


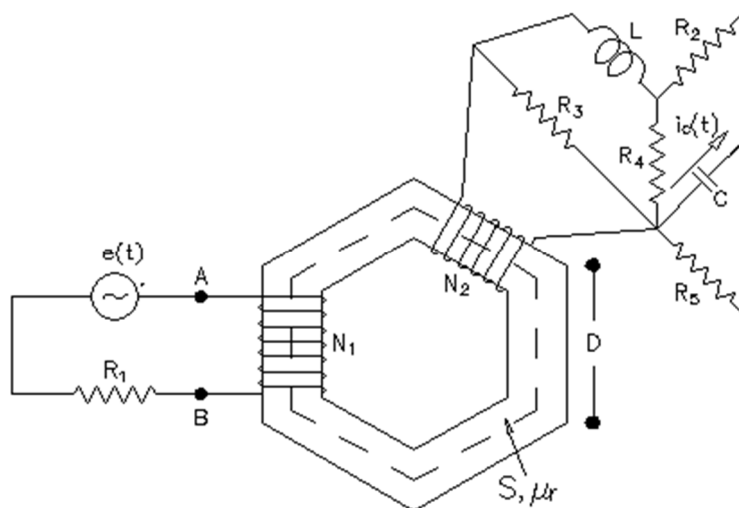
## Compito 09 Luglio 2026

**ES.1-** All'istante di tempo  $t=0$  il tasto T viene chiuso. Determinare l'espressione temporale della tensione ai morsetti del condensatore C e la potenza dissipata sul resistore  $R_8$  dopo l'estinzione il transitorio.



$$E_1 = 5V, E_2 = 3V, J = 2A, C = 7mF, R_1 = 10\Omega, R_2 = 5\Omega, R_3 = 4\Omega, R_4 = 1\Omega, R_5 = 2\Omega, \\ R_6 = 8\Omega, R_7 = 7\Omega, R_8 = 15\Omega, R_9 = 20\Omega, R_{10} = 11\Omega, R_{11} = 17\Omega, R_{12} = 14\Omega$$

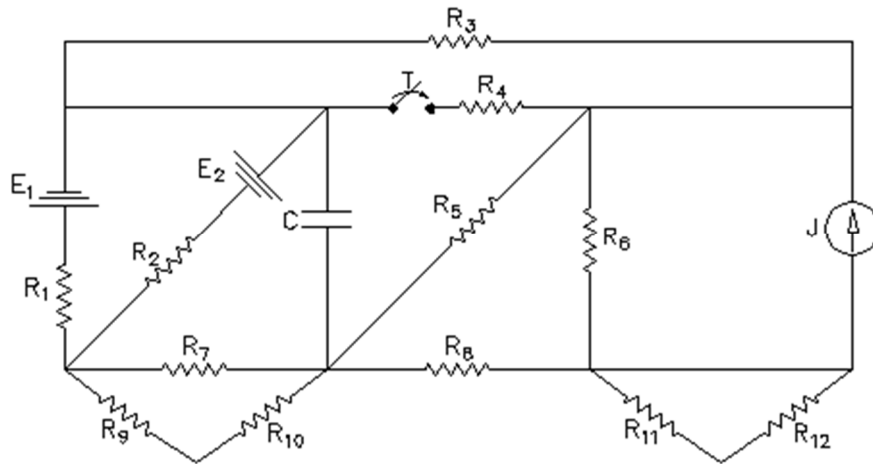
**ES.2-** Determinare la capacità da inserire tra i morsetti A e B per rifasare totalmente il carico a valle della sezione. Determinare inoltre l'espressione temporale della corrente  $i_c(t)$  che scorre sul condensatore C.



$$e(t) = 10 \sin(\omega t - \pi/6)V, \omega = 314 \text{ rad/s}, C = 60 \text{ mF}, L = 7.4 \text{ mH}, S = 5 \text{ cm}^2, \mu_r = 1200 \\ N_1 = 17, N_2 = 34, R_1 = 3 \Omega, R_2 = 7 \Omega, R_3 = 4 \Omega, R_4 = 9 \Omega, R_5 = 5 \Omega, D = 4 \text{ cm}.$$

## Esercizio N. 1 09 Luglio 2026

All'istante di tempo  $t=0$  il tasto  $T$  viene chiuso. Determinare l'espressione temporale della tensione ai morsetti del condensatore  $C$  e la potenza dissipata sul resistore  $R_8$  dopo l'estinzione il transitorio.



Evidenziando i nodi, abbiamo:

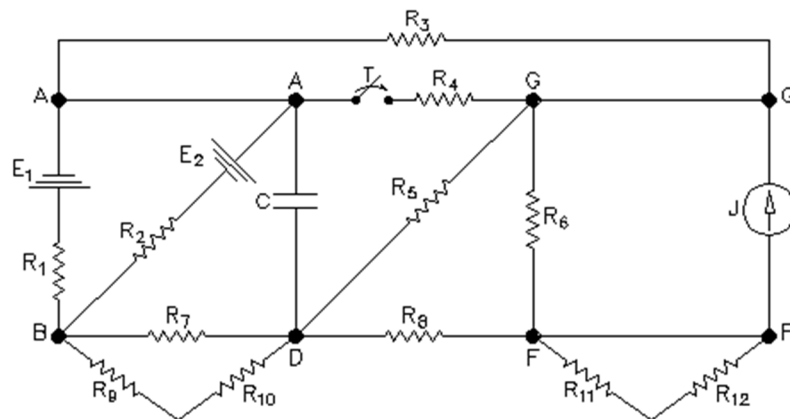


Figura 1

L'espressione generica dell'andamento della tensione ai morsetti di un condensatore sappiamo essere:

$$v_c(t) = v_c(0)e^{-\frac{t}{\tau}} + v_c(\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

dove:

- $v_c(0)$  è la tensione ai morsetti del condensatore  $C$  prima della chiusura del tasto;
- $v_c(\infty)$  è la tensione ai morsetti del condensatore  $C$  dopo la chiusura del tasto ed a regime finale;
- $\tau = R_{eq}C$  è la costante di tempo che dipende dalla resistenza  $R_{eq}$  vista da  $C$  a regime permanente finale ed una volta reso passivo il sistema.

Nel nostro sistema notiamo che  $R_{11}$  ed  $R_{12}$  sono trascurabili perché in parallelo ad un corto circuito.

Facendo il parallelo tra la serie di  $R_9$  e  $R_{10}$  e  $R_7$ , trasformando il generatore reale di corrente ( $J, R_6$ ) nell'equivalente generatore reale di tensione ed applicando Millman tra i nodi A e B abbiamo, Fig. 2:

$$R_P = \frac{(R_9 + R_{10})R_7}{R_9 + R_{10} + R_7} \quad E_J = R_6 J \quad R_J = R_6$$

$$E_{M1} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad R_{M1} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

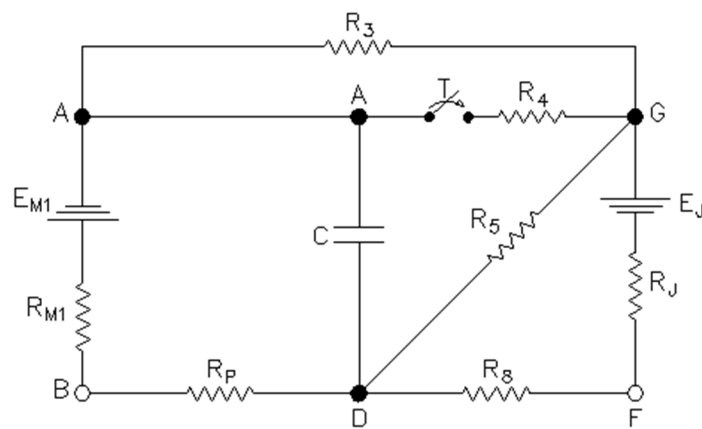


Figura 2

Applicando Millman tra i nodi G e D e facendo la serie tra  $R_{M1}$  e  $R_P$ , abbiamo, Fig. 3:

$$E_{M2} = \frac{\frac{E_J}{(R_J + R_8)}}{\frac{1}{(R_J + R_8)} + \frac{1}{R_5}} \quad R_{M2} = \frac{1}{\frac{1}{(R_J + R_8)} + \frac{1}{R_5}}$$

$$R_{S1} = R_{M1} + R_P$$

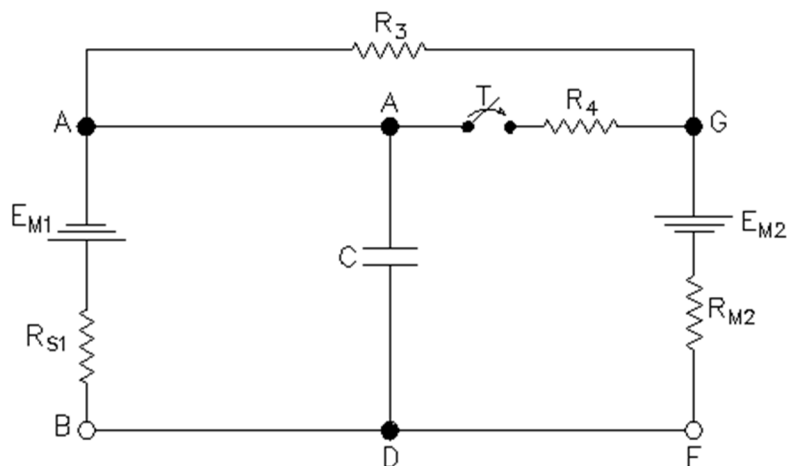


Figura 3

A regime permanente continuo il condensatore si comporta come un circuito aperto. Per calcolare  $v_c(0)$ , cioè con il tasto aperto, ci riferiamo al sistema di Fig. 4.

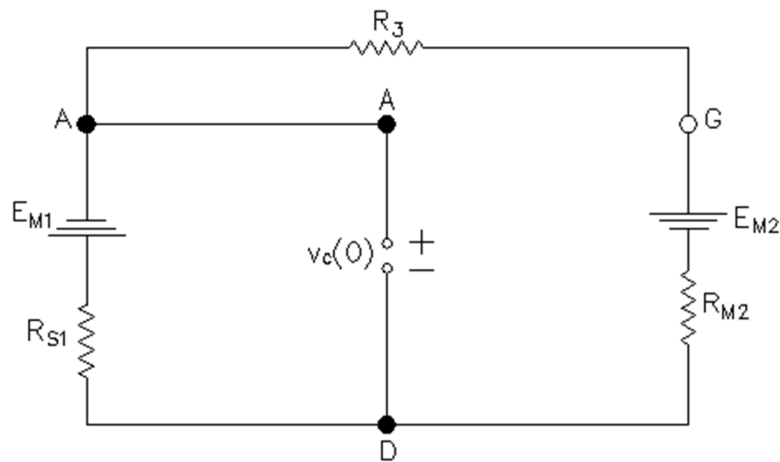


Figura 4

Applicando ora Millman tra i nodi A e D

$$E_{M3} = \frac{-\frac{E_{M1}}{R_{S1}} + \frac{E_{M2}}{(R_{M2} + R_3)}}{\frac{1}{R_{S1}} + \frac{1}{(R_{M2} + R_3)}} \quad ; \quad R_{M3} = \frac{1}{\frac{1}{R_{S1}} + \frac{1}{(R_{M2} + R_3)}}$$

Otteniamo il circuito di Fig. 5

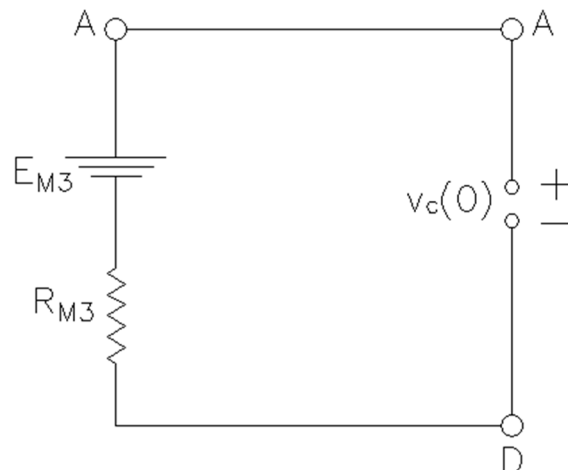


Figura 5

da Fig. 5:

$$V_c(0) - E_{M3} = 0 \quad \text{da cui} \quad V_c(0) = E_{M3}$$

A regime permanente continuo il condensatore si comporta come un circuito aperto.  
 Per calcolare  $v_c(\infty)$ , cioè con il tasto chiuso e con il transitorio estinto, ci riferiamo al sistema di Fig. 6.

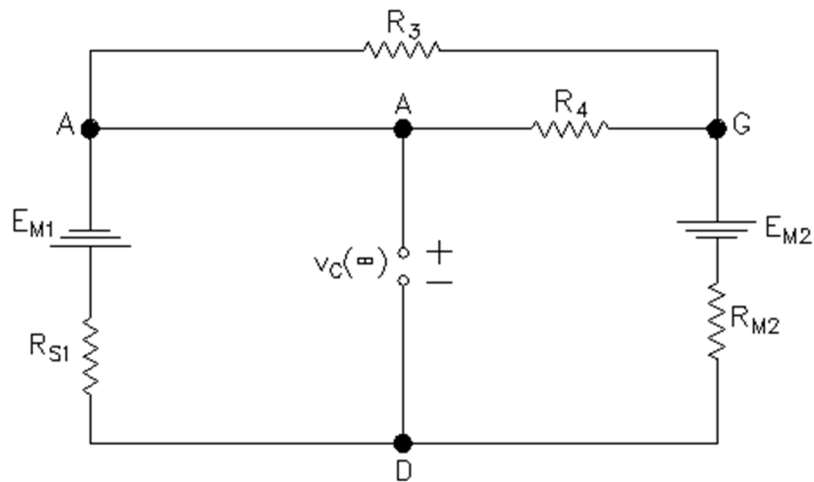


Figura 6

Parallelo tra  $R_3$  e  $R_4$  ed otteniamo Fig. 7:

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

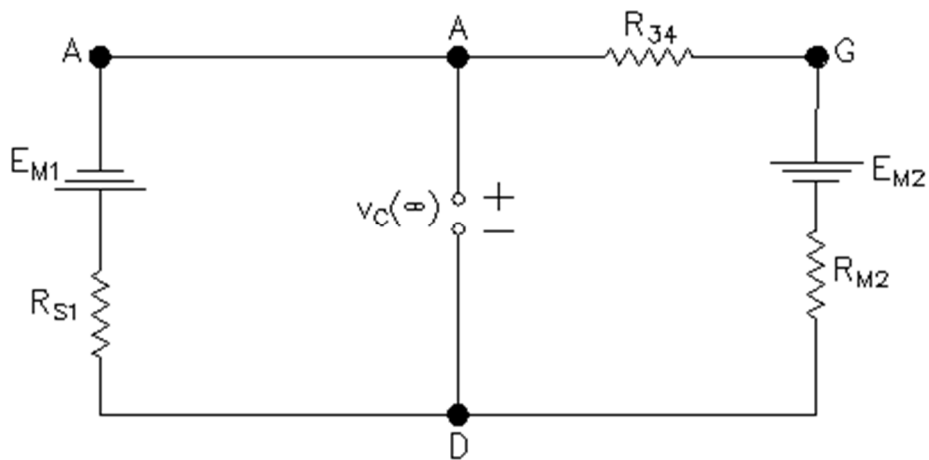


Figura 7

Applichiamo Millman tra i nodi A e D, Fig. 8:

$$E_{M4} = \frac{-\frac{E_{M1}}{R_{S1}} + \frac{E_{M2}}{(R_{M2} + R_{34})}}{\frac{1}{R_{S1}} + \frac{1}{(R_{M2} + R_{34})}} \quad ; \quad R_{M4} = \frac{1}{\frac{1}{R_{S1}} + \frac{1}{(R_{M2} + R_{34})}}$$

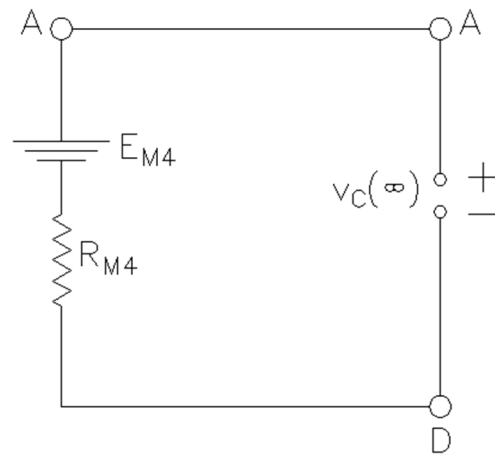


Figura 8

da Fig. 8:

$$V_C(\infty) - E_{M4} = 0 \quad da \quad cui \quad V_C(\infty) = E_{M4}$$

Sempre dalla Fig. 8 otteniamo che la resistenza  $R_{eq}$  vista da C a regime permanente finale ed una volta reso passivo il sistema è:

$$R_{eq} = R_{M4}$$

ed alla fine:

$$\tau = R_{eq}C$$

Per calcolare la potenza dissipata sul resistore  $R_8$  dopo l'estinzione il transitorio ci riferiamo alla Fig. 2 tenendo presente che già conosciamo la  $V_c(\infty)$ , Fig. 9:

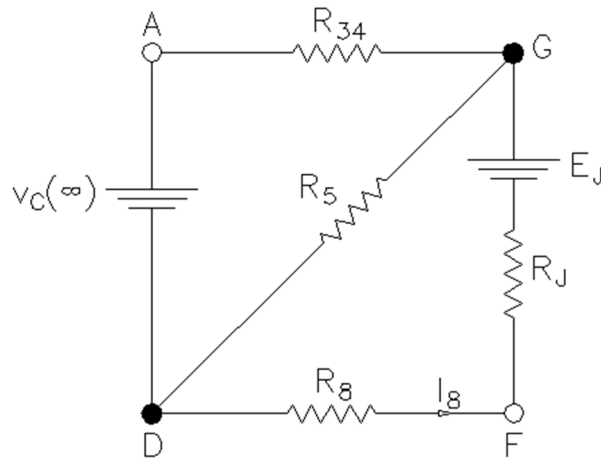


Figura 9

Applicando Millman tra i nodi D e G otteniamo, Fig. 10:

$$E_M = \frac{\frac{V_c(\infty)}{R_{34}}}{\frac{1}{R_{34}} + \frac{1}{R_5}} \quad R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_{34}} + \frac{1}{R_5}}$$

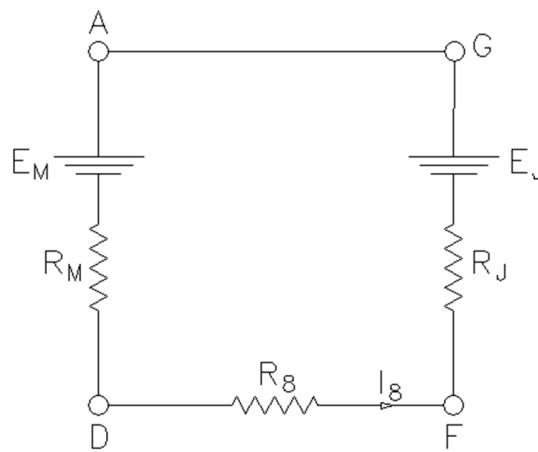


Figura 10

Dalla Fig. 10 abbiamo:

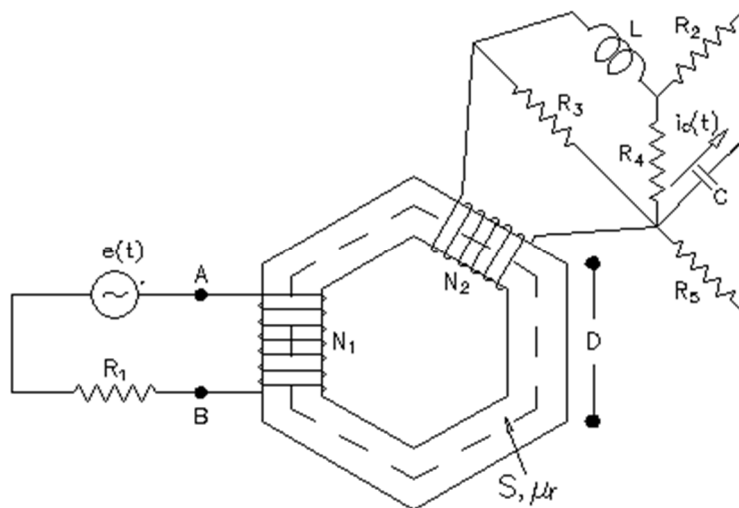
$$I_8 = \frac{E_J - E_M}{R_J + R_M + R_8}$$

Da cui:

$$P_{R8} = R_8 I_8^2$$

## Esercizio N 2 06 Maggio 2025

Determinare la capacità da inserire tra i morsetti A e B per rifasare totalmente il carico a valle della sezione. Determinare inoltre l'espressione temporale della corrente  $i_c(t)$  che scorre sul condensatore C.



Esaminiamo prima il nucleo magnetico ed alimentiamo i due avvolgimenti, Fig. 1:

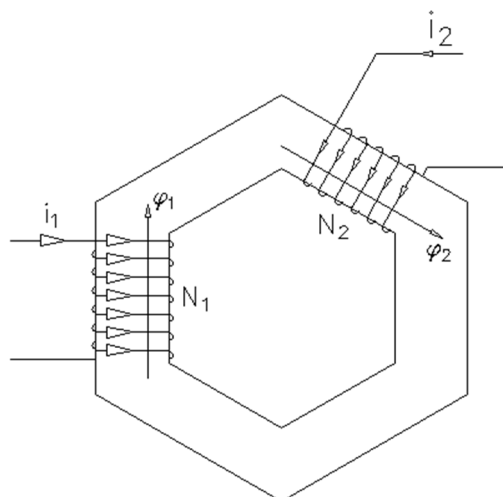


Figura 1



La riluttanza equivalente vista dall'avvolgimento 1 è uguale a quella vista dall'avvolgimento 2:

$$\mathcal{R}_{eq1} = \mathcal{R}_{eq2} = \mathcal{R}_{eq} = 6 \frac{D}{\mu_0 \mu_r S}$$

Segue che:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{eq}}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{eq}}$$

$$M_{12} = M_{21} = \sqrt{L_1 L_2}$$

I flussi  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  sono concordi e quindi il coefficiente di mutua induzione  $M_{12}$  è positivo; l'accoppiamento è perfetto.

Il sistema diventa quindi, Fig. 2

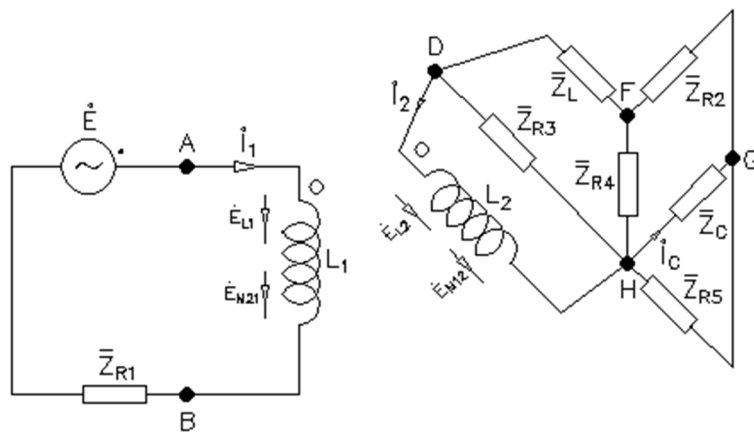


Figura 2

dove:

$$\bar{Z}_{R1} = R_1 \quad \bar{Z}_{R3} = R_3$$

$$\bar{Z}_L = j\omega L \quad \bar{Z}_{R2} = R_2$$

$$\bar{Z}_{R4} = R_4 \quad \bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C}$$

$$\bar{Z}_{R5} = R_5$$

Facendo il parallelo tra  $\bar{Z}_{R5}$  e  $\bar{Z}_C$  e ridisegnando il sistema

$$\bar{Z}_p = \frac{\bar{Z}_{R5}\bar{Z}_C}{\bar{Z}_{R5} + \bar{Z}_C}$$

abbiamo, Fig. 3

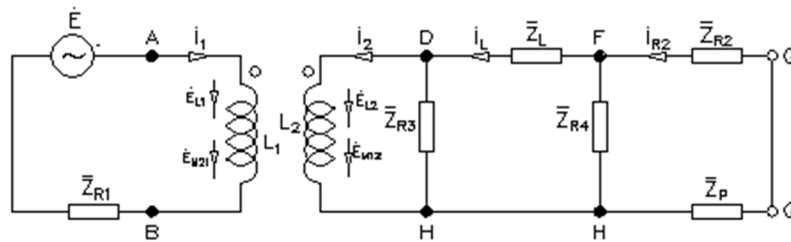


Figura 3

Parallelo tra  $(\bar{Z}_{R2} + \bar{Z}_P)$  e  $\bar{Z}_{R4}$ , Fig. 4

$$\bar{Z}_{p2} = \frac{(\bar{Z}_{R2} + \bar{Z}_P)\bar{Z}_{R4}}{\bar{Z}_{R2} + \bar{Z}_P + \bar{Z}_{R4}}$$

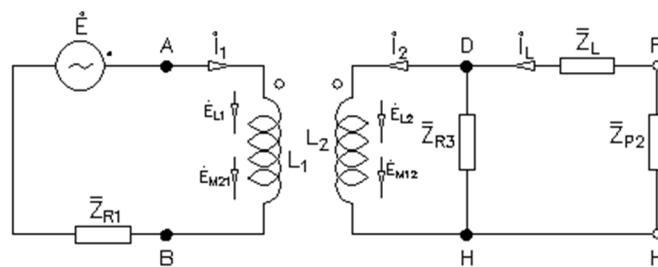


Figura 4

Parallelo tra  $(\bar{Z}_L + \bar{Z}_{P2})$  e  $\bar{Z}_{R3}$ , Fig. 5

$$\bar{Z}_{p3} = \frac{(\bar{Z}_L + \bar{Z}_{P2})\bar{Z}_{R3}}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_{P2} + \bar{Z}_{R3}}$$

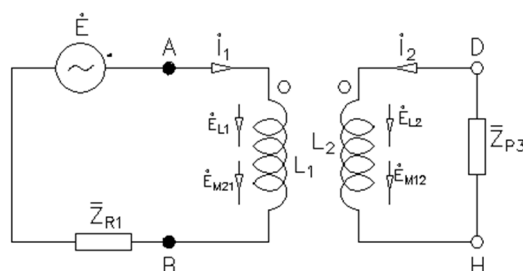


Figura 5

Scriviamo ora le equazioni alle maglie, fissando i sensi di percorrenza concordi ai versi scelti delle correnti:

$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = \bar{Z}_{R1} \dot{I}_1 \\ \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = \bar{Z}_{p3} \dot{I}_2 \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} \dot{E} - j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{21} \dot{I}_2 = \bar{Z}_{R1} \dot{I}_1 \\ -j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{12} \dot{I}_1 = \bar{Z}_{p3} \dot{I}_2 \end{cases}$$

E ricaviamo le correnti  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$

Dalla Fig. 5:

$$\dot{V}_{AB} - \dot{E} = -\bar{Z}_{R1} \dot{I}_1$$

e, quindi:

$$\dot{V}_{AB} = \dot{E} - \bar{Z}_{R1} \dot{I}_1$$

Calcoliamo la potenza complessa ai nodi A e B:

$$\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \check{I}_1 = P_{AB} + jQ_{AB}$$

Dovendo ora rifasare totalmente, abbiamo

$$Q_{AB} = Q_{cond}$$

quindi:

$$Q_{AB} = \omega C V_{AB}^2$$

e ricaviamo  $C$ .

**Nota:**

se  $Q_{AB} < 0$  non occorrerà rifasare.

Calcoliamo ora la  $\dot{I}_C$  facendo i seguenti passi:

da Fig. 4:

$$\dot{I}_L = \dot{I}_2 \frac{\bar{Z}_{R3}}{\bar{Z}_{R3} + \bar{Z}_L + \bar{Z}_{P2}}$$

da Fig. 3:

$$\dot{I}_{R2} = \dot{I}_L \frac{\bar{Z}_{R4}}{\bar{Z}_{R4} + \bar{Z}_{R2} + \bar{Z}_P}$$

da Fig. 2:

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{R2} \frac{\bar{Z}_{R5}}{\bar{Z}_{R5} + \bar{Z}_C}$$

Avendo ora il vettore rotante  $\dot{I}_C$ , possiamo passare al dominio del tempo e ricavare la  $i_C(t)$ .